PERIÓDICOS FACULDADE PROCESSUS

REVISTA PROCESSUS MULTIDISCIPLINAR

Ano II, Vol. II, n.4, jul.-dez., 2021

ISSN: 2675-6595

Matemática financeira: séries uniformes de pagamento

Financial mathematics: uniform series of payment

Recebido: 2707/2021 | Aceito: 03/11/2021 | Publicado: 12/20/2021

José Bonifácio de Araújo Júnior[1]
Orcid: https://orcid.org/0000-0001-8096-5790
Lattes: http://lattes.cnpq.br/9529180580062988
Faculdade Processus, DF, Brasil
E-mail: bonifacio@institutoprocessus.com.br

Resumo
Neste artigo foi explicada a lógica das séries uniformes de pagamentos. Inicialmente foram demonstradas as fórmulas dos descontos e em seguida alguns exemplos numéricos foram apresentados de cálculo dos juros compostos. Além disso, foram apresentados alguns exemplos numéricos de cálculos na calculadora financeira HP 12 C e no Excel.

Palavras-chave: Séries Uniformes**.** Parcela de Financiamento.

Abstract
This article explains the logic of the uniform series of payments. Initially, discount formulas were demonstrated and then some numerical examples were presented for calculating compound interest. In addition, some numerical examples of calculations in the HP 12 C financial calculator and in Excel were presented.

Keywords: *Uniform Series. Financing Installments.*

Introdução

Nas operações financeiras, o capital pode ser pago ou recebido de uma só vez ou através de uma sucessão de pagamentos / recebimentos. Quando o objetivo é constituir um capital no futuro tem-se um processo de capitalização. Já quando se que pagar uma dívida, tem-se um processo de amortização.

De modo geral, as séries de pagamentos podem ser certas (determinísticas), quando os diversos parâmetros (duração, valor dos termos, taxa, etc) são fixos e predeterminados ou aleatórias (probabilísticas), quando os valores e vencimentos dos termos podem ser variáveis aleatórias. Além disso, as séries também podem ser classificadas da seguinte forma:

[1] Doutor em Ciências Contábeis pela Universidade de Brasília (UnB), Mestre em Ciências Contábeis pela Universidade de Brasília (UnB), Bacharel em Ciências Contábeis pela Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL), Bacharel em Administração pela Universidade Federal da Paraíba (UFPB), Licenciado em Matemática pela Universidade Católica de Brasília (UCB). Atualmente é professor titular da Faculdade Processus.

PERIÓDICOS FACULDADE PROCESSUS

REVISTA PROCESSUS MULTIDISCIPLINAR

Ano II, Vol. II, n.4, jul.-dez., 2021

ISSN: 2675-6595

- Quanto à periodicidade: Periódicas, quando os pagamentos ocorrem em intervalos de tempo iguais ou Não periódicas, quando os pagamentos ocorrem em intervalos de tempo variáveis.

- Quanto ao prazo: Temporárias, quando possuem duração limitada ou Infinitas, quando possuem um número infinito de pagamentos

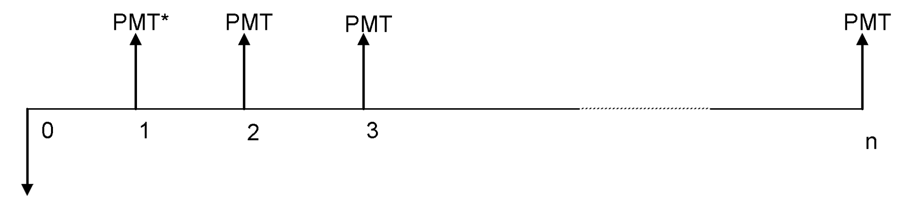
- Quanto ao valor dos termos: Constante/Uniforme, quando todos os termos são iguais ou Variável, quando os termos variam ao longo do tempo

- Quanto à forma de pagamento: Imediata, quando os termos são exigíveis a partir do primeiro período ou Diferida, quando o primeiro pagamento não ocorre no primeiro período

- Quanto ao momento dos pagamentos: Postecipadas/Vencidas, quando os termos são exigíveis no fim de cada período ou Antecipadas, quando os termos são exigíveis no início de cada período.

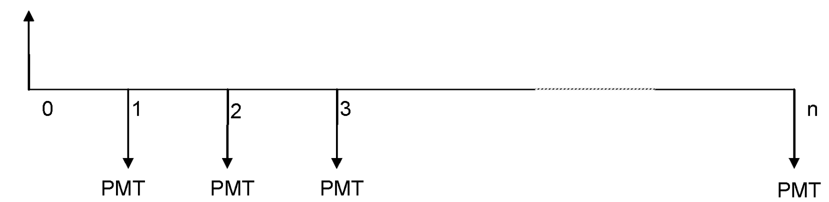
As séries uniformes são aquelas em que os pagamentos ou recebimentos são constantes e ocorrem em intervalos iguais podendo ser representadas da seguinte forma:

Do ponto de vista do Investidor:



PMT = Payment (Pagamento, Prestação)

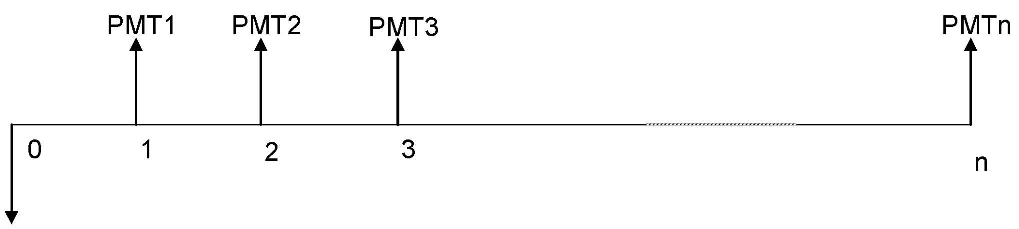
Do ponto de vista do Tomador:



PERIÓDICOS FACULDADE PROCESSUS
REVISTA PROCESSUS MULTIDISCIPLINAR
Ano II, Vol. II, n.4, jul.-dez., 2021
ISSN: 2675-6595

Séries Uniformes

Para se obter o valor presente (PV) de uma série uniforme de pagamentos, basta trazer cada um de seus para a data focal zero e somá-los conforme demonstrado abaixo:



$$PV = \frac{PMT_1}{(1+i)^1} + \frac{PMT_2}{(1+i)^2} + \ldots + \frac{PMT_n}{(1+i)^n} = \frac{PMT}{(1+i)^1} + \frac{PMT}{(1+i)^2} + \ldots + \frac{PMT}{(1+i)^n} = \sum_{t=1}^{n} \frac{PMT}{(1+i)^t}$$

$$PV = PMT\left[\frac{1}{(1+i)^1} + \frac{1}{(1+i)^2} + \ldots + \frac{1}{(1+i)^n}\right]$$

Soma dos termos de uma progressão geométrica

$$a_2 = a_1 \cdot q \quad \therefore \quad a_3 = a_2 \cdot q = (a_1 \cdot q) \cdot q = a_1 \cdot q^2 \quad \therefore \quad a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n \quad \therefore \quad S_n = a_1 + a_1 q + \ldots + a_1 q^{n-1} \quad \therefore \quad qS_n = a_1 q + a_1 q^2 + \ldots + a_1 q^n$$

$$S_n - qS_n = a_1 + a_1 q + \ldots + a_1 q^{n-1} - a_1 q - a_1 q^2 \ldots - a_1 q^n \quad \therefore \quad S_n(1-q) = a_1 - a_1 q^n$$

$$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \;;\; \text{mas } a_1 = q = \frac{1}{1+i} \text{ então :}$$

$$S_n = \frac{1}{1+i}\left[\frac{1-\left(\frac{1}{1+i}\right)^n}{1-\frac{1}{1+i}}\right] = \frac{1}{1+i}\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{\frac{1+i-1}{1+i}}\right] \Rightarrow S_n = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$\text{ou, ainda, } S_n = \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n i} \text{ e, assim :}$$

$$PV = PMT\left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n i}\right] \text{ ou } PV = PMT\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

REVISTA PROCESSUS MULTIDISCIPLINAR

Ano II, Vol. II, n.4, jul.-dez., 2021

ISSN: 2675-6595

Exemplo 01: Calcular o valor presente de um financiamento a ser quitado através de seis pagamentos mensais de 1.500, vencendo a primeira parcela a 30 dias da liberação dos recursos, sendo de 3,5% a.m. a taxa de juros negociada na operação.

Solução:

$$PV = 1.500\left[\frac{1-(1+0{,}035)^{-6}}{0{,}035}\right] = 7.992{,}83$$

- *Na Hp: 1500 chs pmt 3.5 i 6 n PV*
- *No Excel:*

	A	B
1	Valor da Prestação	1500
2	Taxa de Juros (% a.m.)	0,035
3	Prazo (em meses)	6
4	Valor Presente	=VP(B2;B3;-B1)

Exemplo 02: João compra um carro que irá pagar em 4 prestações mensais de 2.626,24, sem entrada. As prestações serão pagas a partir do mês seguinte ao da compra e o vendedor afirmou estar cobrando uma taxa de juros de 2% a.m. Qual o preço do carro à vista?

Solução:

$$PV = 2.626{,}24\left[\frac{1-(1+0{,}02)^{-4}}{0{,}02}\right] = 10.000$$

- *Na Hp: 2626.24 chs pmt 2 i 5 n PV*
- *No Excel:*

	A	B
1	Valor da Prestação	2626,24
2	Taxa de Juros (% a.m.)	0,02
3	Prazo (em meses)	4
4	Valor Presente	=VP(B2;B3;-B1)

Na maioria das vezes o valor presente ou principal é conhecido e deseja-se calcular o valor das prestações. Nesse caso, o cálculo pode ser efetuado da seguinte forma:

$$se \quad PV = PMT\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] \text{, então :}$$

$$PMT = \frac{PV}{\left[\dfrac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]} \quad \text{ou, ainda :}$$

$$PMT = \frac{PV \cdot i}{1-(1+i)^{-n}}$$

Exemplo 03: Um produto é comercializado à vista por 500. Qual deve ser o valor da prestação se o comprador resolver financiar em cinco prestações mensais iguais e sem entrada, considerando que a taxa de juros cobrada pelo comerciante seja e 5% a.m.?

Solução:

$$PMT = PMT = \frac{PV \cdot i}{1-(1+i)^{-n}} = \frac{500 \cdot 0{,}05}{1-(1+0{,}05)^{-5}} = 115{,}49$$

- *Na Hp: 500 pv 5 n 5 i pmt*
- *No Excel:*

	A	B
1	Valor Financiado (principal)	500
2	Taxa de Juros (% a.m.)	0,05
3	Prazo (em meses)	5
4	Valor da Prestação	=PGTO(B2;B3;B1)

Considerações Finais

Neste artigo foi explicada a lógica das séries uniformes de pagamentos. Inicialmente foram demonstradas as fórmulas dos descontos e em seguida alguns exemplos numéricos foram apresentados de cálculo dos juros compostos.

Sugere-se, para trabalhos futuros, a apresentação e discussão dos conceitos dos sistemas de amortização, com demonstração das fórmulas e também com exemplos numéricos de cálculo.

Referências

ASSAF NETO, Alexandre. Matemática financeira e suas aplicações. São Paulo: Atlas, 2008.

BRANCO, Anísio C. Castelo. Matemática Financeira Aplicada: Método Algébrico, HP-12C, Excel. 2. ed. São Paulo: Thomson Learning, 2005.

MATHIAS, Washington Franco; GOMES, José Maria. Matemática Financeira. 4ed. São Paulo: Atlas, 2004.