

TABELAS, GRÁFICOS, MEDIA ARITMÉTICA E MODA

TABLES, GRAPHS, ARITHMETIC AVERAGE AND MODE

Recebido: 04/04/2020 | Aceito: 08/11/2020 | Publicado: 20/12/2020

Wilson de Oliveira¹

Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-0686-1093>

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/6941986015677447>

Faculdade Processus, DF, Brasil

E-mail: wilson.wo@gmail.com

Resumo

Neste material foi abordado o assunto de análise e interpretação de tabelas e gráficos. Também foram definidos os conceitos de duas das principais medidas de posição, a primeira foi a média aritmética, que é uma medida de posição com tendência central, a segunda foi a moda, que é uma medida de posição que determina o elemento mais frequente de um conjunto de dados.

Palavras-chave: Tabelas. Gráficos. Média. Moda. Variável.

Abstract

In this material, the subject of analysis and interpretation of tables and graphs was addressed. The concepts of two of the main measures of position were also defined, the first was the arithmetic mean, which is a measure of position with central tendency, the second was the mode, which is a measure of position that determines the most frequent element of a data set.

Keywords: Tables. Graphs. Mean. Mode. Variable.

Introdução

Em questões de provas de concursos sobre o assunto análise e interpretação de tabelas e gráficos aparecem diversas informações e vários formatos de tabelas e gráficos. As informações podem aparecer em valores do sistema decimal de numeração, em percentuais, etc. As vezes precisamos fazer análises que requer conhecimento de regra de três, geralmente simples.

A média aritmética é uma medida de posição, também conhecida como medida de tendência central, pois seu valor tende a ficar na parte central do conjunto de valores.

Moda é o elemento mais frequente de um conjunto de valores. Para a moda temos dois casos: o primeiro caso é para variável discreta, ou seja, os valores estão

¹ Mestrado em Matemática pela Universidade de Brasília (1998) e graduado em Licenciatura Matemática pela Universidade Estadual de Maringá (1994). Atualmente é professor em tempo parcial da Faculdade Processus e atua na área de Matemática e Finanças.

listados sem agrupamento ou estão agrupados em uma tabela mas sem intervalos de classes. O segundo caso, que raramente aparece em provas de concursos, é o caso contínuo, ou seja, os valores estão agrupados em classes.

Tabelas, Gráficos, Média Aritmética e Moda

Análise e interpretação de tabelas e gráficos: iniciaremos os estudos analisando e interpretando tabelas e gráficos estatísticos.

Exemplo 1

No gráfico abaixo temos informação sobre o valor do Produto Interno Bruto (PIB) da economia brasileira, de 2011 até 2018, em %.



De acordo com as informações do gráfico é correto afirmar que no ano de 2018 em relação ao ano de 2013 houve uma redução de

- a) 1,7%
- b) 1,8%
- c) 1,9%
- d) 1,6%

Solução

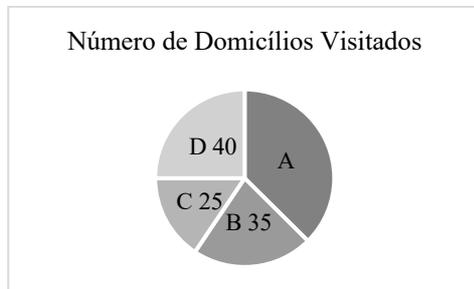
Observe que em 2013 o PIB foi 3% e em 2018 foi 1,1%. Então houve uma redução de 1,9%.

$$3,0\% - 1,1\% = 1,9\%$$

Alternativa c.

Exemplo 2

O gráfico apresenta algumas informações sobre o número de domicílios visitados por agentes de saúde, em 4 regiões, A, B, C e D, de um mesmo município.



Sabendo que cada visita a um domicílio leva, aproximadamente, 15 minutos, e que o tempo gasto para visitar todos os domicílios, dessas 4 regiões, foi de 40 horas, então, o número de domicílios visitados na região A foi

- a) 60
- b) 55
- c) 50
- d) 45
- e) 40

Solução

Como cada domicílio visitado demora em torno de 15 minutos, então os domicílios de B, C e D, que dá um total de 100, o tempo gasto para visitá-los foi de 1.500 minutos, isto é, $100 \cdot (15) = 1500$. Sabendo-se que o tempo total gasto nas 4 regiões foi de 40 horas, isto é, 2.400 minutos, então o tempo gasto na região A foi 2.400 menos 1.500, que dá 900 minutos. Logo, o número de domicílios visitados na região A é dado por 900 dividido por 15, que é igual a 60. Alternativa a.

Média aritmética simples: a média aritmética simples dos valores x_1, x_2, \dots, x_n é dada pela soma desses valores dividido pela quantidade de valores.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

Ou

$$m\acute{e}dia = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

Exemplo 3

O preço de um produto foi pesquisado em 10 lojas de uma cidade. Os valores obtidos, em reais, estão listados a seguir:

8,50 8,00 9,00 10,00 10,90 8,70 7,50 9,00 5,50 9,90

Em média, o preço desse produto nessa cidade é igual a

- a) R\$ 8,90



- b) R\$ 8,60
- c) R\$ 8,80
- d) R\$ 8,70

Solução

O preço médio do produto é dado pela soma dos 10 valores dividido por 10.

$$\frac{87}{10} = 8,70$$

Portanto, o produto nessa cidade custa em média R\$ 8,70. Alternativa d.

Exemplo 4

A média aritmética dos valores 5, 7, 6, 7, 2, 3, 4 e 2 é igual a

- a) 3,7
- b) 4,1
- c) 4,5
- d) 5,2
- e) 4,8

Solução

A média aritmética dos valores é dada pela soma desses 8 valores dividido por 8.

$$\frac{36}{8} = 4,5$$

Portanto, a média aritmética dos valores é igual a 4,5. Alternativa c.

Exemplo 5

No gráfico abaixo temos informações sobre o valor do Produto Interno Bruto (PIB) da economia brasileira, de 2011 até 2018, em %.



De acordo com as informações do gráfico é correto afirmar que o PIB médio anual do período de 2011 à 2018 foi



- a) 0,4%
- b) 0,7%
- c) 0,5%
- d) 0,6%

Solução

Para calcular o PIB médio anual do período temos que somar os 8 valores do PIB e dividir por 8. Fique atento em relação aos valores negativos.

$$\text{média} = \frac{\text{soma dos 8 valores}}{8}$$

$$\text{média} = \frac{4,8\%}{8} = 0,6\%$$

Portanto, o PIB médio anual é igual a 0,6%. Alternativa d.

Exemplo 6

Dados os valores 4, 5, 1, 2, 3, 5, 3, 8, 10 e 1, o percentual de valores abaixo da média aritmética é igual a

- a) 60%
- b) 40%
- c) 70%
- d) 50%

Solução

Inicialmente vamos calcular a média.

$$\frac{42}{10} = 4,2$$

Agora temos que contar a quantidade de valores que estão abaixo de 4,2, ou seja, abaixo da média. Na sequência é só dividir por 10. Observe que temos 6 valores abaixo de 4,2. Logo, o percentual de valores abaixo da média aritmética é dado por:

$$\frac{6}{10} = 60\%$$

Então, o percentual de valores abaixo da média é igual a 60%. Alternativa a.

Média aritmética ponderada: a média aritmética dos valores x_1, x_2, \dots, x_k , ponderados pelas respectivas frequências simples F_1, F_2, \dots, F_k é dada por:



$$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot F_1 + x_2 \cdot F_2 + \dots + x_k \cdot F_k}{n}$$

Sendo n o número total de elementos, que é dado pela soma das frequências

Exemplo 7

A distribuição a seguir representa o número de acidentes ocorridos por mês em uma rodovia, durante 50 meses:

Acidentes por mês	Meses
0	12
1	14
2	13
3	10
5	1
Total	50

Determine a média mensal de acidentes nessa rodovia.

- a) 1,5
- b) 2
- c) 2,5
- d) 3

Solução

O número médio de acidentes ocorridos por mês é dado por:

$$\frac{0 \cdot 12 + 1 \cdot 14 + 2 \cdot 13 + 3 \cdot 10 + 5 \cdot 1}{50}$$

$$\frac{0 + 14 + 26 + 30 + 5}{50}$$

$$\frac{75}{50} = 1,5$$

Então, o número médio de acidentes ocorridos por dia foi igual a 1,5. Alternativa a.

Exemplo 8

Os valores da tabela a seguir representam as receitas semanais de uma empresa, durante 40 semanas:

Receitas semanais (R\$)	Semanas
10000 ┆ 14000	8
14000 ┆ 18000	7
18000 ┆ 22000	12
22000 ┆ 26000	8
26000 ┆ 30000	3
30000 ┆ 34000	2
Total	40

Calcule a receita média semanal dessa empresa.

- a) R\$ 18.900,00
- b) R\$ 19.700,00
- c) R\$ 17.800,00
- d) R\$ 18.500,00

Solução

Para calcular a receita média semanal precisamos dos pontos médios dos intervalos de classes. Esses pontos médios representarão os valores da variável. Para calcular o ponto médio basta somar os extremos e dividir por dois. Logo, os pontos médios das classes são, respectivamente: 12.000; 16.000; 20.000; 24.000; 28.000 e 32.000. Então, a receita média semanal é dada por:

$$\frac{12000 \cdot 8 + 16000 \cdot 7 + 20000 \cdot 12 + 24000 \cdot 8 + 28000 \cdot 3 + 32000 \cdot 2}{40}$$

$$\frac{96000 + 112000 + 240000 + 192000 + 84000 + 64000}{40}$$

$$\frac{788000}{40} = 19700$$

Portanto, a receita média semanal é de R\$ 19.700,00. Alternativa b.

Moda de uma variável discreta: neste caso o processo para determinar a moda é simplesmente observar o valor mais frequente, isto é, não é necessário qualquer tipo de cálculo para esta situação.

Exemplo 9

Os valores a seguir representam o número diário de visitas a uma feira de moda, durante os 10 dias de realização:

480 540 625 578 625 490 625 489 625 510

O número mais frequente de visitas por dia a essa feira foi igual a

- a) 710
- b) 878
- c) 625
- d) 540

Solução

625 foi o número mais frequente de visitas por dia a essa feira, pois é o valor que mais se repete, aparece 4 vezes no conjunto. Então, a moda é igual a 625.

Observação 1. O valor modal de um conjunto de valores agrupados em uma tabela **sem** intervalos de classes é o elemento que possui a maior frequência simples.

Exemplo 10

Na tabela a seguir estão registrados os preços unitários em reais de um produto, pesquisados em 32 supermercados de uma grande cidade:

Preço (R\$)	Supermercados
20,99	1
21,00	3
21,10	4
21,20	4
21,30	5
21,50	9
21,80	6

Determine a moda do preço do produto.

- a) R\$ 21,50
- b) R\$ 21,80
- c) R\$ 21,30
- d) R\$ 21,00

Solução

R\$ 21,50 foi o preço do produto cobrado pelo maior número de supermercados, ou



seja, foi o preço cobrado por 9 supermercados. Então, a moda do preço do produto é igual a R\$ 21,50.

Observação 2. Quando todos os valores de um conjunto têm a mesma frequência, dizemos que o conjunto de valores não possui moda, ou que é amodal. E, quando um elemento possui frequência maior do que os demais, o conjunto é chamado de modal. Agora, quando dois elementos possuem a mesma maior frequência, o conjunto é considerado bimodal, e assim sucessivamente, trimodal, tetramodal, etc.

Exemplo 11

Na tabela a seguir estão representadas as peças defeituosas produzidas diariamente por uma máquina durante 30 dias:

Peças defeituosas	Dias
8	5
10	8
14	8
15	4
17	3
19	2
Total	30

De acordo com as informações da tabela, a distribuição é bimodal, tendo como moda os valores 10 e 14.

() certo () errado

Solução

Essa distribuição é bimodal, pois os valores 10 e 14 possuem a mesma frequência máxima. Então, temos $M_o = 10$ e $M_o = 14$.

(x) certo () errado

Moda de uma variável contínua: dados agrupados em intervalos de classes caracterizam uma variável contínua. Nesse caso, utilizamos uma fórmula para estimar o valor mais frequente do conjunto de valores, com exceção da moda bruta, que é dada pelo ponto médio da classe de maior frequência.

1) Moda bruta: a moda bruta é definida pelo ponto médio da classe de maior frequência.

Exemplo 12

Na tabela a seguir estão registrados os depósitos diários, em reais, efetuados no decorrer de 70 dias úteis por uma pequena empresa:

Depósito diário (R\$)	Dias
1400 – 1500	15
1500 – 1600	25
1600 – 1700	20
1700 – 1800	5
1800 – 1900	3
1900 – 2000	2

O valor da moda bruta é superior a R\$ 1.560,00.

() certo () errado

Solução

O valor do depósito que se repetiu no maior número de dias é dado pelo ponto médio da classe de maior frequência. A segunda classe é a de maior frequência. Então:

$$Moda\ bruta = \frac{1500 + 1600}{2} = 1550$$

Portanto, R\$ 1.550,00 é o valor da moda bruta.

() certo (x) errado

2) Fórmula de Czuber para calcular a moda

Para calcularmos a moda utilizando a fórmula de Czuber temos que adotar os seguintes procedimentos:

1º) Localizar a classe que possui a maior frequência. Essa classe é denominada classe modal.

2º) Calcular a moda utilizando a fórmula de Czuber:

$$Mo = l_{mo} + \frac{(F_{mo} - F_{ant}) \cdot h}{2 \cdot F_{mo} - (F_{ant} + F_{post})}$$

Em que:

l_{mo} : limite inferior da classe modal

h : amplitude do intervalo da classe modal



F_{mo} : frequência da classe modal

F_{ant} : frequência da classe anterior à classe modal

F_{post} : frequência da classe posterior à classe modal

Exemplo 13

Na tabela a seguir estão registrados os lucros diários, em reais, dos últimos 60 dias de uma pequena empresa:

Lucro diário (R\$)	Dias
2000 † 2200	10
2200 † 2400	25
2400 † 2600	15
2600 † 2800	6
2800 † 3000	4

O valor da moda é superior a R\$ 2,315,00.

() certo () errado

Solução

A segunda classe é a de maior frequência. Coletando os valores da fórmula, temos:

$$l_{mo} = 2200$$

$$h = 200$$

$$F_{mo} = 25$$

$$F_{ant} = 10$$

$$F_{post} = 15$$

$$Mo = l_{mo} + \frac{(F_{mo} - F_{ant}) \cdot h}{2 \cdot F_{mo} - (F_{ant} + F_{post})}$$

$$Mo = 2200 + \frac{(25 - 10) \cdot 200}{2 \cdot 25 - (10 + 15)}$$

$$Mo = 2200 + \frac{3000}{25}$$

$$Mo = 2200 + 120 = 2320$$

Portanto, R\$ 2.320,00 é o valor da moda.

(x) certo () errado

Considerações Finais

De acordo com os tópicos apresentados neste material podemos observar que é fundamental saber analisar e interpretar tabelas e gráficos estatísticos, pois em diversos concursos temos a presença de questões com tabelas e gráficos. Vimos que até mesmo em média aritmética e moda precisamos interpretar tabelas e gráficos.

Por fim concluímos que a média aritmética é uma medida de tendência central, isto é, nem sempre está no centro do conjunto de valores, mas está próxima do centro. Já, a moda é uma medida de posição que determina o elemento mais frequente de um conjunto de dados.

Referências

BRUNI, Adriano Leal. *Estatística aplicada à Gestão Empresarial*. 4ª ed. São Paulo: Atlas, 2013.

DOMINGUES, Osmar; MARTINS, Gilberto de Andrade. *Estatística Geral e Aplicada*. 5ª ed. São Paulo: Atlas, 2014.

MOORE, David S.; NOTZ, William L. (et. all). *A Estatística Básica e sua Prática*. 6ª ed. Rio de Janeiro: LTC, 2014.

OLIVEIRA, Francisco Estevam Martins de. *Estatística e Probabilidade: teoria, exercícios resolvidos e propostos*. 2ª ed. São Paulo: Atlas, 2010.

OVALLE, Ivo Izidoro; TOLEDO, Geraldo Luciano. *Estatística Básica*. 2ª ed. São Paulo: Atlas, 2011.

TRIOLA, Mario F. *Introdução à Estatística: atualização da tecnologia*. 11ª ed. Rio de Janeiro: LTC, 2015.

VIEIRA, Sonia. *Elementos de Estatística*. 5ª ed. São Paulo: Atlas, 2012.