UNI PROCESSUS centro universitário

ISSN: 2675-6595

MATERIAL

Revista Processus Multidisciplinar

Página da revista:
https://periodicos.processus.com.br/index.php/multi/index

Introdução ao Orçamento de Capital: Principais critério de Análise de Investimentos

Introduction to Capital Budgeting: Key Investment Analysis Criteria

ARK: 44123/multi.v6i11.1383

Recebido: 20/02/2025 | Aceito: 05/04/2024 | Publicado *on-line*: 09//04/2025

José Bonifácio de Araújo Júnior[1]
https://orcid.org/0000-0001-8096-5790
http://lattes.cnpq.br/9529180580062988
UniProcessus – Centro Universitário Processus, DF, Brasil
E-mail: bonifacio@institutoprocessus.com.br

Resumo

O orçamento de capital é um processo essencial na administração financeira, que envolve o planejamento detalhado dos investimentos em ativos permanentes. Essa função é considerada a mais crítica para o administrador financeiro, uma vez que suas decisões têm implicações duradouras na flexibilidade da empresa ao longo do tempo. A gestão eficaz do orçamento de capital é fundamental para equilibrar o crescimento sustentável e a solidez financeira, evitando erros como investimentos excessivos ou insuficientes. Este artigo aborda, de forma detalhada, cada critério de análise utilizado na avaliação de projetos de orçamento de capital, incluindo Payback, VPL, TIR, MIRR, entre outros, e ilustra sua aplicação por meio de exemplos numéricos.

Palavras-chave: Orçamento de capital, administração financeira, análise de viabilidade, investimentos, decisão de investimento, rentabilidade, Payback, VPL, TIR, MIRR.

Abstract

Capital budgeting is a fundamental process in financial management, involving the meticulous planning of investments in long-term assets. This function is considered the most critical for financial managers, as their decisions have lasting implications on the company's long-term flexibility. Effective capital budgeting management is essential for balancing sustainable growth and financial strength, while avoiding errors such as excessive or insufficient investments. This paper provides a detailed explanation of each analysis criterion used in capital budgeting project evaluation, including Payback, NPV, IRR, MIRR, among others, and illustrates their application through numerical examples.

Keywords*: Capital budgeting, financial management, feasibility analysis, investments, investment decision, profitability, Payback, NPV, IRR, MIRR.*

[1] Doutor e Mestre em Ciências Contábeis pela Universidade de Brasília (UnB), Bacharel em Ciências Contábeis pela Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL), Bacharel em Administração pela Universidade Federal da Paraíba (UFPB), Licenciado em Matemática pela Universidade Católica de Brasília (UCB).

1. Introdução

O orçamento de capital, conforme definido por Brigham & Houston (1999), representa um planejamento detalhado dos investimentos em ativos permanentes, abrangendo todo o processo de análise e decisão sobre quais projetos devem ser incorporados ao orçamento da empresa. Os autores destacam que essa é a função mais crítica do administrador financeiro, pois suas decisões têm impactos duradouros, restringindo a flexibilidade da empresa ao longo do tempo.

Dada a natureza estratégica do orçamento de capital, erros de previsão podem acarretar consequências severas. Um investimento excessivo pode levar a custos desnecessários, reduzindo a eficiência financeira da empresa e comprometendo sua rentabilidade. Em contrapartida, um investimento insuficiente pode resultar em obsolescência tecnológica, ineficiência operacional e até mesmo na perda de competitividade devido à incapacidade de atender à demanda do mercado. Assim, uma gestão criteriosa do orçamento de capital é essencial para equilibrar crescimento sustentável e solidez financeira.

Os mesmos conceitos utilizados na avaliação de ativos também se aplicam ao orçamento de capital. No mercado financeiro, os investidores analisam ações e títulos para tomar decisões de investimento, enquanto, no contexto empresarial, os projetos de orçamento de capital são desenvolvidos internamente, com o objetivo de impulsionar o crescimento e a eficiência operacional. A expansão e a competitividade de uma empresa, bem como sua capacidade de sobrevivência no longo prazo, dependem de um fluxo contínuo de ideias inovadoras. Isso inclui tanto o desenvolvimento de novos produtos quanto a busca por métodos de produção mais eficientes, garantindo a sustentabilidade e a relevância da empresa no mercado (BRIGHAM & HOUSTON, 1999).

Os projetos de orçamento de capital podem ser classificados em diferentes categorias, dependendo de sua finalidade e impacto estratégico na empresa. Entre os principais tipos, destacam-se:

a) Projetos de Expansão – Envolvem investimentos para aumentar a capacidade produtiva ou entrar em novos mercados. Esses projetos buscam impulsionar o crescimento da empresa, seja por meio da construção de novas instalações, aquisição de equipamentos ou desenvolvimento de novos produtos.

b) Projetos de Substituição – São voltados para a renovação ou modernização de ativos existentes. Esses investimentos podem ocorrer por dois motivos principais:

- Substituição para redução de custos: quando um equipamento obsoleto é substituído por outro mais eficiente, reduzindo custos operacionais.

- Substituição para manutenção das operações: quando um ativo já desgastado precisa ser substituído para manter a produção no mesmo nível.

c) Projetos de Pesquisa e Desenvolvimento (P&D) – Envolvem investimentos em inovação, criação de novos produtos ou aprimoramento de processos. Embora esses projetos possam ter retornos incertos e de longo prazo, são fundamentais para manter a empresa competitiva e adaptada às mudanças tecnológicas.

d) Projetos de Cumprimento de Regulamentações e Segurança – São investimentos necessários para atender a exigências legais, ambientais ou de segurança no trabalho. Embora esses projetos não visem diretamente ao lucro, são essenciais para evitar penalidades e garantir a continuidade das operações dentro dos padrões regulatórios.

e) Projetos Estratégicos – Envolvem decisões que impactam significativamente o posicionamento da empresa no mercado. Podem incluir fusões e aquisições, grandes reestruturações ou investimentos em novas tecnologias disruptivas.

Cada um desses tipos de projetos requer uma análise detalhada de viabilidade financeira, riscos e impacto estratégico antes de ser incluído no orçamento de capital da empresa.

As decisões de orçamento de capital são baseadas em critérios financeiros que ajudam a determinar se um projeto deve ser aceito ou rejeitado. As principais regras de decisão incluem:

a) **Payback (Período de Recuperação do Investimento)** – Mede o tempo necessário para que o fluxo de caixa acumulado recupere o investimento inicial. Projetos com payback mais curto são geralmente preferidos, pois reduzem o risco e aumentam a liquidez da empresa.

b) **Payback Descontado** – Semelhante ao payback tradicional, mas considera o valor do dinheiro no tempo ao descontar os fluxos de caixa. Ele oferece uma visão mais precisa da recuperação do investimento.

c) **Valor Presente Líquido (VPL, ou em inglês, Net Present Value - NPV)** – Mede a diferença entre os fluxos de caixa futuros descontados a uma taxa mínima de atratividade e o investimento inicial. Um VPL positivo indica que o projeto cria valor para a empresa e, portanto, deve ser aceito.

d) **Taxa Interna de Retorno (TIR, ou em inglês, Internal Rate of Return - IRR)** – Representa a taxa de desconto que torna o VPL do projeto igual a zero. Se a TIR for maior do que o custo de capital da empresa, o projeto é considerado viável. No entanto, a TIR pode ser problemática em projetos com fluxos de caixa não convencionais, pois pode gerar múltiplas soluções.

e) **Taxa Interna de Retorno Modificada (TIRM, ou em inglês, Modified Internal Rate of Return - MIRR)** – A MIRR resolve uma das limitações da TIR, que é a suposição de que todos os fluxos de caixa positivos são reinvestidos à mesma taxa da TIR. A MIRR, por outro lado, usa duas taxas distintas: uma para o financiamento do projeto (taxa de custo de capital) e outra para o reinvestimento dos fluxos positivos (taxa de reinvestimento). Isso torna a MIRR uma medida mais realista da rentabilidade de um projeto, pois reflete melhor as condições de reinvestimento que podem ser diferentes das taxas de financiamento. Além disso, a MIRR resolve o problema das múltiplas TIRs, fornecendo um único valor, facilitando a comparação entre projetos.

f) **Índice de Lucratividade (IL, ou em inglês, Profitability Index - PI)** – Calculado como a razão entre o valor presente dos fluxos de caixa futuros e o investimento inicial. Se o IL for maior que 1, o projeto é viável, pois indica que cada unidade monetária investida gera um retorno positivo.

Cada uma dessas regras tem vantagens e limitações, e a decisão final geralmente envolve uma combinação dessas métricas, levando em conta fatores estratégicos e a tolerância ao risco da empresa.

2. Payback Simples

O Payback Simples, ou Período de Recuperação do Investimento, é uma métrica financeira que ajuda a determinar o tempo necessário para que um projeto recupere o valor do investimento inicial, com base nos fluxos de caixa gerados ao longo do tempo.

Ele calcula o número de anos ou períodos necessários para que os fluxos de caixa acumulados se igualem ao valor investido. Em outras palavras, essa métrica mostra quanto tempo levará para a empresa recuperar seu investimento, considerando os retornos anuais do projeto.

A fórmula para calcular o Payback Simples é:

$$\mathrm{PBS} = t_R + \frac{|CFAc_{t_R}|}{CF_{t+1}}$$

Onde:
PBS = Payback simples
t_R = período antes da recuperação total
$|CFAc_{t_R}|$ = valor absoluto do fluxo de caixa acumulado no período antes da recuperação total
CF_{t+1} = fluxo de caixa do período seguinte ao de recuperação total

<u>Exemplo numérico 2.1:</u>

Uma empresa investe **R$ 100.000,00** em um projeto e espera os seguintes retornos anuais:

Ano	Fluxo de Caixa (R$)	Acumulado (R$)
0	-100.000	-100.000
1	30.000	-70.000
2	40.000	-30.000
3	50.000	20.000

O Payback ocorre quando o saldo acumulado se torna **zero ou positivo**.

Neste caso:

- No final do ano 2, o saldo acumulado ainda está em **-30.000**.
- No ano 3, o fluxo de caixa de **R$ 50.000,00** cobre esse saldo negativo e ultrapassa para **R$ 20.000,00**.

Para determinar o ponto exato dentro do terceiro ano:

$$\mathrm{PBS} = 2 + \frac{|-30.000|}{50.000} = 2 + 0,6 = 2,6 \text{ anos}$$

O Payback Simples tem algumas limitações. A principal delas é que ele não leva em consideração o valor do dinheiro no tempo, ou seja, não desconta os fluxos de caixa futuros. Isso pode ser problemático, pois um real hoje tem um valor maior do que um real no futuro.

Além disso, o Payback Simples não considera os fluxos de caixa que ocorrem após o período de recuperação do investimento, o que significa que ele não oferece uma visão completa da rentabilidade do projeto ao longo de sua vida útil.

Embora seja uma ferramenta útil para avaliar a liquidez e o risco de projetos de curto prazo, o Payback Simples não fornece uma análise detalhada sobre a viabilidade financeira de um projeto a longo prazo.

3. Payback Descontado

O Payback Descontado, ou Período de Recuperação do Investimento Descontado, é uma métrica financeira que determina o tempo necessário para que um projeto recupere o valor do investimento inicial, considerando o valor do dinheiro no tempo.

Diferente do Payback Simples, essa abordagem desconta os fluxos de caixa futuros, utilizando uma taxa de desconto para refletir o impacto do tempo sobre os valores monetários.

Ele calcula o número de anos ou períodos necessários para que os fluxos de caixa acumulados, ajustados pelo valor presente, se igualem ao valor investido. Em outras palavras, essa métrica mostra quanto tempo levará para a empresa recuperar seu investimento, levando em conta o efeito do custo de capital sobre os retornos anuais do projeto.

A fórmula para calcular o Payback Descontado é:

$$\mathrm{PBD} = t_R + \frac{\left|CFDAc_{t_R}\right|}{\mathrm{CFD}_{t+1}}$$

Onde:

PBD = Payback Descontado
t_R= período antes da recuperação total
$\left|CFDAc_{t_R}\right|$ = valor absoluto do fluxo de caixa descontado acumulado no período antes da recuperação total
CFD_{t+1} = valor presente do fluxo de caixa no período seguinte ao de recuperação total

Exemplo numérico 3.1:

Uma empresa investe R$ 100.000,00 em um projeto e espera os seguintes retornos anuais. A taxa de desconto utilizada é de 10% ao ano.

Ano	Fluxo de Caixa	Fluxo de Caixa Descontado	F. Caixa Descontado Acum.
0	-100.000	-100.000,00	-100.000,00
1	30.000	27.273,00	-72.727,00
2	40.000	33.056,00	-39.671,00
3	50.000	37.565,00	-2.106,00
4	20.000	13.660,00	11.554,00

O Payback Descontado ocorre quando o saldo acumulado descontado se torna zero ou positivo.

Neste caso:

- No final do ano 2, o saldo acumulado descontado ainda está em **-39.671,00**.
- No ano 3, o fluxo de caixa presente de **R$ 37.565,00** quase cobre esse saldo, restando **-2.106,00**.
- No ano 4, o fluxo de caixa presente de **R$ 13.660,00** torna o saldo positivo.

Para determinar o ponto exato dentro do quarto ano:

$$\mathrm{PBD} = t_R + \frac{\left|CFDAc_{t_R}\right|}{\mathrm{CFD}_{t+1}} = 3 + \frac{|-2.106|}{13.660} = 3{,}15 \text{ anos}$$

O **Período de Payback Descontado** é **3,15 anos**, indicando que o investimento se paga um pouco depois do início do quarto ano, considerando o efeito do valor do dinheiro no tempo.

O Payback Descontado corrige a principal limitação do Payback Simples, pois leva em conta o valor do dinheiro no tempo, tornando a análise mais realista e precisa. No entanto, ele ainda não considera os fluxos de caixa após a recuperação do investimento, o que pode limitar a avaliação da rentabilidade global do projeto.

Apesar disso, o Payback Descontado é uma ferramenta útil para avaliar a viabilidade de projetos, especialmente em ambientes de alto risco, onde a recuperação do investimento o mais rápido possível é essencial.

4. Valor Presente Líquido

O Valor Presente Líquido (VPL) é uma métrica financeira amplamente utilizada para avaliar a viabilidade de investimentos e projetos. Ele mede a diferença entre o valor presente dos fluxos de caixa futuros gerados pelo projeto e o investimento inicial, considerando uma taxa de desconto que reflete o custo de capital da empresa.

Se o VPL for **positivo**, significa que o projeto gera valor para a empresa e, portanto, é financeiramente viável. Se for **negativo**, o investimento não se paga e não é recomendado. Caso seja **zero**, o projeto não gera ganhos nem perdas em relação ao custo do capital investido.

A fórmula do VPL é:

$$\mathrm{VPL} = \sum_{t=0}^{n} \frac{\mathrm{CF_t}}{(1+\mathrm{i})^{\mathrm{t}}} = \frac{\mathrm{CF_0}}{(1+\mathrm{i})^0} + \frac{\mathrm{CF_1}}{(1+\mathrm{i})^1} + \cdots + \frac{\mathrm{CF_n}}{(1+\mathrm{i})^{\mathrm{n}}}$$

$$= \mathrm{C}F_0 + \frac{CF_1}{1+\mathrm{i}} + \frac{CF_2}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{CF_{n-1}}{(1+i)^{n-1}} + \frac{CF_n}{(1+i)^n}$$

Onde:
VPL = Valor Presente Líquido
CF_t = Fluxo de caixa no período t
i = Taxa de desconto
n = Número total de períodos

Exemplo numérico 4.1:

Uma empresa investe R$ 100.000,00 em um projeto e espera os seguintes retornos anuais. A taxa de desconto utilizada é de 10% ao ano.

Ano	**Fluxo de Caixa**	**Fluxo de Caixa Descontado**
1	30.000	27.273,00
2	40.000	33.058,00
3	50.000	37.566,00
4	20.000	13.660,00

O VPL é calculado somando-se os fluxos de caixa descontados e subtraindo o investimento inicial:

$$VPL = \mathrm{C}F_0 + \frac{CF_1}{1+\mathrm{i}} + \frac{CF_2}{(1+i)^2} + \frac{CF_3}{(1+i)^3} + \frac{CF_4}{(1+i)^4}$$

$$= -100.000 + \frac{30.000}{1+0{,}1} + \frac{40.000}{(1+0{,}1)^2} + \frac{50.000}{(1+0{,}1)^3} + \frac{20.000}{(1+0{,}1)^4}$$

$$\approx \; -100.000 \; + \; 27.273 + 33.058 \; + \; 37.566 + 13.660$$

$$VPL \; \approx 11.557$$

Como o **VPL é positivo (11.557)**, o projeto é financeiramente viável e pode ser considerado um bom investimento, pois gera valor adicional para a empresa.

O VPL é um dos melhores indicadores de viabilidade financeira porque considera o valor do dinheiro no tempo e proporciona uma visão clara sobre a rentabilidade do projeto.

No entanto, sua precisão depende da escolha adequada da taxa de desconto e não leva em conta se a empresa tem recursos disponíveis para investir no momento (restrições orçamentárias) ou se precisa de retorno rápido para manter o fluxo de caixa saudável (preferência por liquidez no curto prazo). Um projeto pode ter um VPL positivo, mas exigir um investimento inicial muito alto que a empresa não pode bancar agora ou demorar muitos anos para gerar lucro, enquanto a empresa precisa de retorno rápido.

Além disso, o VPL mostra o valor absoluto do ganho ou perda de um projeto, mas não diz o quão eficiente ele é em relação ao capital investido. Por isso, métricas como a Taxa Interna de Retorno (TIR) ou o Índice de Lucratividade (IL) são usadas para complementar a análise.

Apesar dessas limitações, o VPL é uma ferramenta essencial na análise de investimentos, ajudando gestores a tomarem decisões mais embasadas e estratégicas.

5. Taxa Interna de Retorno

A Taxa Interna de Retorno (TIR) é uma métrica financeira utilizada para avaliar a rentabilidade de um investimento ou projeto. Ela representa a taxa de desconto que faz com que o Valor Presente Líquido (VPL) de projeto seja exatamente zero.

Em outras palavras, a TIR é a taxa na qual os fluxos de caixa futuros descontados igualam o investimento inicial.

Se a **TIR for maior** do que a taxa mínima de atratividade (TMA) da empresa, o projeto é considerado viável. Caso contrário, o investimento não é recomendado.

A equação da TIR é dada por:

$$VPL = 0$$

$$\sum_{t=0}^{n} \frac{CF_t}{(1+TIR)^t} = 0$$

Onde:

TIR = Taxa Interna de Retorno
CF_t = Fluxo de caixa no período *t*
n = Número total de períodos

Exemplo numérico 5.1 (equação do primeiro grau):

Uma empresa investe R$ 1.000,00 no período 0 e recebe um retorno de R$ 1.200,00 no período 1. Assim, temos:

$$\sum_{t=0}^{n} \frac{CF_t}{(1+TIR)^t} = 0$$

$$\frac{-1.000}{(1+TIR)^0} + \frac{1.200}{(1+TIR)^1} = 0$$

Nesse caso, temos uma equação de primeiro grau.

$$-1.000 + \frac{1.200}{(1+TIR)} = 0$$

$$\frac{1.200}{(1+TIR)} = 1.000$$

$$\frac{1.200}{1.000} = 1 + TIR$$

$$1{,}2 = 1 + TIR$$

$$TIR \;=\; 0{,}2\ ou\ 20\%$$

Exemplo numérico 5.2 (com equação do segundo grau):
Suponha que você tem um projeto com os seguintes fluxos de caixa:
Período 0 (inicial): -R$ 1.000 (investimento inicial)
Período 1: R$ 500
Período 2: R$ 700

Calcule a TIR desse projeto.

A equação que estamos tentando resolver é:

$$-1.000 + \frac{500}{(1+TIR)} + \frac{700}{(1+TIR)^2} = 0$$

Multiplicamos todos os termos por $(1 + \mathrm{TIR})^2)$ para eliminar os denominadores. Isso nos dá:

$$-1.000(1+TIR)^2 + 500(1+TIR) + 700 = 0$$

Expansão do primeiro termo:

$$-1.000(1 + 2TIR + TIR^2) + 500(1+TIR) + 700 = 0$$

Agora, distribuindo os termos:

$$-1000 - 2000TIR - 1000TIR^2 + 500 + 500TIR + 700 = 0$$

Simplificando:

$$-1.000TIR^2 - 1500TIR + 200$$

Agora temos uma equação quadrática na forma padrão $ax^2 + bx + c = 0$, onde: *a=−1.000; b=-1500 e c=200.*

Usando a fórmula de Bhaskara:

$$TIR = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Substituindo os valores de *a, b* e *c*:

$$TIR = \frac{-(-1500) \pm \sqrt{(-1500)^2 - 4(-1.000)(200)}}{2(-1.000)}$$

$$= \frac{1500 \pm \sqrt{3.050.000}}{-2000}$$

$$= \frac{1500 \pm 1.746,42}{-2000}$$

Temos duas soluções:

$$TIR_1 = \frac{1500 - 1.746,42}{-2000} = \frac{-246,42}{-2000} \approx 0,12321$$

$$TIR_2 = \frac{1500 + 1.746,42}{-2000} = \frac{3.246,42}{-2000} \approx -1,62321$$

A TIR aproximada para este projeto é **12,32%**. A taxa TIR_2 de -1,62321 não faz sentido pois não existe taxa negativa.

Esse é o valor da taxa interna de retorno que faz o VPL igual a zero, conforme a solução da equação quadrática.

Exemplo numérico 5.3 (com equação do terceiro grau):
Uma empresa investe R$ 1.000,00 em um projeto e espera os seguintes retornos anuais:

Ano	Fluxo de Caixa
1	400
2	500
3	600

A equação cúbica usada para calcular a Taxa Interna de Retorno (TIR) é dada por:

$$f(x) = -1000 + \frac{400}{x} + \frac{500}{x^2} + \frac{600}{x^3}$$

A TIR é a solução da equação onde o valor presente líquido (VPL) é zero. Para encontrar a solução, transformamos a equação em uma forma cúbica simplificada. Vamos primeiro normalizar a equação e depois resolver utilizando a fórmula de Cardano.

Incialmente, multiplicamos ambos os lados da equação original por \(x^3 \) para eliminar os denominadores:

$$x^3\left(-1000+\frac{400}{x}+\frac{500}{x^2}+\frac{600}{x^3}\right)=0$$

Isso resulta na equação:

$$-1000x^3+400x^2+500x+600=0$$

Agora, dividimos toda a equação por -1000 para simplificar:

$$x^3-\frac{400}{1000}x^2-\frac{500}{1000}x-\frac{600}{1000}=0$$

Ou seja:

$$x^3-\frac{2}{5}x^2-\frac{1}{2}x-\frac{3}{5}=0$$

Vamos fazer $x = y - a/3$, onde $a = -2/5$ para obtermos a forma reduzida ($y^3 + py + q = 0$):

$$x=y-\frac{(-2/5)}{3}=y+\frac{2}{15}$$

Substituindo na equação original, temos:

$$\left(y+\frac{2}{15}\right)^3-\frac{2}{5}\left(y+\frac{2}{15}\right)^2-\frac{1}{2}\left(y+\frac{2}{15}\right)-\frac{3}{5}=0$$

Vamos resolver por partes:

1)

$$\left(y+\frac{2}{15}\right)^3=y^3+3y^2\,\frac{2}{15}+3y\frac{4}{225}+\frac{8}{3375}$$

$$=y^3+\frac{2}{5}y^2+\frac{4}{75}y+\frac{8}{3375}$$

2)

$$-\frac{2}{5}\cdot\left(y+\frac{2}{15}\right)^2=-\frac{2}{5}\left(y^2+2y\,\frac{2}{15}+\frac{4}{225}\right)$$

$$= -\frac{2}{5}\left(y^2 + \frac{4}{15}y + \frac{4}{225}\right)$$

$$= -\frac{2}{5}y^2 - \frac{8}{75}y - \frac{8}{1125}$$

3)

$$-\frac{1}{2}\cdot\left(y + \frac{2}{15}\right) = -\frac{1}{2}y - \frac{1}{15}$$

Juntando tudo e somando os termos comuns, temos:

$$y^3 + \frac{2}{5}y^2 + \frac{4}{75}y + \frac{8}{3375} - \frac{2}{5}y^2 - \frac{8}{75}y - \frac{8}{1125} - \frac{1}{2}y - \frac{1}{15} - \frac{3}{5} = 0$$

$$y^3 + \left(\frac{2}{5} - \frac{2}{5}\right)\cdot y^2 + \left(\frac{4}{75} - \frac{8}{75} - \frac{1}{2}\right)\cdot y + \frac{8}{3375} - \frac{8}{1125} - \frac{1}{15} - \frac{3}{5} = 0$$

$$y^3 + \frac{8 - 16 - 75}{150}y + \frac{8 - 24 - 225 - 2025}{3375} = 0$$

$$y^3 - \frac{83}{150}y - \frac{2266}{3375} = 0$$

Onde:

$$p = -\frac{83}{150} \approx -0{,}553333$$

$$q = -\frac{2266}{3375} \approx -0{,}671407$$

A fórmula de Cardano para a equação ($y^3 + py + q = 0$) é dada por:

$$y_k = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\Delta}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\Delta}}$$

onde (Δ) *é o discriminante, dado por:*

$$\Delta = \left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3$$

$$\Delta = \left(\frac{-\frac{2266}{3375}}{2}\right)^2 + \left(\frac{-\frac{83}{150}}{3}\right)^3$$

$$= \left(-\frac{2266}{6750}\right)^2 + \left(-\frac{83}{450}\right)^3$$

$$= \frac{5.134.756}{45.562.500} - \frac{571.787}{91.125.000}$$

$$\approx 0{,}112697 - 0{,}006275 = 0{,}106422$$

Agora, podemos usar a fórmula de Cardano para encontrar as raízes. Começamos com a primeira raiz:

$$y_1 = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\Delta}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\Delta}}$$

Substituímos os valores:

$$y_1 = \sqrt[3]{-\left(\frac{-\frac{2266}{3375}}{2}\right) + \sqrt{0.106422}} + \sqrt[3]{-\left(\frac{-\frac{2266}{3375}}{2}\right) - \sqrt{0.10642}}$$

$$= \sqrt[3]{0{,}335704 + 0{,}326224} + \sqrt[3]{0{,}335704 - 0{,}326224}$$

$$= 0{,}661928^{1/3} + 0{,}009480^{1/3}$$

$$\approx 0{,}871506 + 0{,}2116389 = 1{,}083145$$

Por fim, calculamos a raíz real:

$$x = 1.083145 + \frac{2}{15}$$
$$\approx 1.083145 + 0.13333333$$

$$\approx 1.216478$$

Agora, sabemos que $x = 1 + \mathrm{TIR}$ *, então:*

$$1.216478 = 1 + \text{TIR}$$

$$\text{TIR} = 1.216478 - 1 \approx 0.216478$$

Portanto, a Taxa Interna de Retorno (TIR) é aproximadamente 0.216478, ou 21.65%.

Exemplo numérico 5.4 (com interpolação linear):

Uma empresa investe R$ 100.000,00 em um projeto e espera os seguintes retornos anuais:

Ano	Fluxo de Caixa (R$)
1	30.000
2	40.000
3	50.000
4	20.000

Primeiro, vamos calcular o VPL para duas taxas de desconto diferentes, uma com VPL positivo e outra com VPL negativo. Vamos assumir **taxas de 10% e 20%** para este exemplo.

Temos os seguintes valores de VPL para duas taxas de desconto:

- Para $i_1 = 10\%$, $VPL_1 = 11.560{,}38$.
- Para $i_2 = 20\%$, $VPL_2 = -8.631{,}86$.

Agora, vamos calcular a TIR usando interpolação linear.

A fórmula para interpolação linear da TIR é:

$$TIR = i_2 - (i_1 - i_2)\frac{VPL_2}{VPL_1 - VPL_2}$$

Substituindo os valores na fórmula:

$$TIR = 0{,}20 - \frac{(0{,}10 - 0{,}20) \times (-8.641{,}98)}{11.556{,}59 - (-8.641{,}98)}$$

$$TIR = 0{,}20 - \frac{864{,}198}{20.198{,}57}$$

$$TIR = 0{,}20 - 0{,}0428$$

$$TIR = 0{,}1572$$

Portanto, a TIR estimada com interpolação linear:

$$TIR = 0{,}1572 \quad \text{ou} \quad 15{,}72\%$$

Se calcularmos a TIR desse exemplo usando um *software*, como Excel, por exemplo, vamos obter uma TIR = 15.32%.

Essa diferença ocorre porque a interpolação linear é uma aproximação, não o valor exato. Para obter mais precisão é necessário interpolar mais de uma vez.

Exemplo numérico 5.5 (Newton-Raphson):

Utilizando os mesmo dados do exemplo 5.4, vamos calcular a TIR usando o método de Newton-Raphson.

A equação do VPL é dada por:

$$VPL(i) = -100.000 + \frac{30.000}{(1+i)} + \frac{40.000}{(1+i)^2} + \frac{50.000}{(1+i)^3} + \frac{20.000}{(1+i)^4}$$

A derivada do VPL é:

$$f'(i) = \frac{-30.000}{(1+i)^2} - \frac{2 \cdot 40.000}{(1+i)^3} - \frac{3 \cdot 50.000}{(1+i)^4} - \frac{4 \cdot 20.000}{(1+i)^5}$$

$$= \frac{-30.000}{(1+i)^2} - \frac{80.000}{(1+i)^3} - \frac{150.000}{(1+i)^4} - \frac{80.000}{(1+i)^5}$$

Começamos com uma aproximação inicial ($i_0 = 0{,}10$) e calculamos o VPL e sua derivada:

$$VPL(0{,}10) = -100.000 + \frac{30.000}{1{,}10} + \frac{40.000}{1{,}21} + \frac{50.000}{1{,}331} + \frac{20.000}{1{,}4641} = 11.588{,}74$$

$$f'(0{,}10) = -24.793{,}39 - 60.121{,}79 - 102.448{,}54 - 49.684{,}87 = -237.048{,}59$$

Usando a fórmula de Newton-Raphson:

$$i_1 = i_0 - \frac{f(i_0)}{f'(i_0)} = 0{,}1 - \frac{f(0{,}1)}{f'(0{,}1)} = 0{,}1 - \frac{11.557}{-237.024} = 0{,}1 + 0{,}0488 = 0{,}1488$$

Vamos repetir o processo para obter uma aproximação melhor:

$$i_2 = i_1 - \frac{f(i_1)}{f'(i_1)}$$

$$= 0{,}1488 - \frac{f(0{,}1488)}{f'(0{,}1488)}$$

$$= 0{,}1488 - \frac{885}{-201.602}$$

$$= 0{,}1488 + 0{,}0044$$

$$= 0{,}1532$$

Na segunda iteração a TIR já converge para 15,32%, o mesmo valor obtido com o Excel.

A TIR é amplamente utilizada para expressar a rentabilidade de um projeto em termos percentuais, o que facilita comparações entre investimentos de diferentes magnitudes. No entanto, apresenta algumas limitações importantes.

Por exemplo, ela não leva em consideração o tamanho absoluto do investimento, o que significa que um projeto de pequeno porte pode ter uma TIR elevada, mas gerar um lucro absoluto modesto.

Além disso, em projetos com fluxos de caixa alternados entre valores positivos e negativos, a equação pode ter múltiplas soluções, resultando em várias taxas internas de retorno.

Outro ponto importante é que a TIR assume que os fluxos de caixa são reinvestidos à própria taxa interna de retorno, o que nem sempre é realista. Apesar dessas limitações, a TIR ainda é uma ferramenta valiosa quando usada em conjunto com o VPL, pois ajuda a complementar a análise e a tomar decisões informadas sobre investimentos.

6. Taxa Interna de Retorno Modificada (MIRR)

A **Taxa Interna de Retorno Modificada (MIRR - Modified Internal Rate of Return)** é uma variação da TIR que corrige algumas de suas limitações, especialmente no que se refere à suposição de reinvestimento dos fluxos de caixa.

Enquanto a TIR assume que os fluxos de caixa positivos são reinvestidos à própria TIR, a MIRR permite utilizar uma **taxa de reinvestimento mais realista**, alinhada às oportunidades reais do investidor.

Além disso, ao contrário da TIR tradicional, a MIRR evita o problema de múltiplas soluções em projetos com fluxos de caixa não convencionais, proporcionando um único valor que facilita a tomada de decisão.

O cálculo da MIRR envolve três etapas principais:

1. Cálculo do Valor Futuro dos Fluxos de Caixa Positivos: Os fluxos de caixa positivos são acumulados até o final do projeto utilizando uma **taxa de reinvestimento** (que pode ser, por exemplo, o custo do capital ou a taxa de retorno de alternativas viáveis).

2. Cálculo do Valor Presente dos Fluxos de Caixa Negativos: Os fluxos de caixa negativos são descontados até o período inicial utilizando uma **taxa de financiamento** (que pode ser o custo de capital da empresa).

3. Cálculo da MIRR: A MIRR é a taxa que equilibra o valor presente dos fluxos negativos e o valor futuro dos fluxos positivos, segundo a fórmula:

$$MIRR = \sqrt[n]{\frac{FV_{CIF}}{PV_{COF}}} - 1 = \left(\frac{FV_{CIF}}{PV_{COF}}\right)^{\frac{1}{n}} - 1$$

$$= \left(\frac{\sum_{t=0}^{n} CIF_t(1+i)^{n-t}}{\sum_{t=0}^{n} COF_t(1+i)^{-t}}\right)^{1/n} - 1$$

Onde:

$\mathrm{CIF_t}$ = fluxo de caixa positivo (entrada líquida de caixa) no período *t;*

FV_{CIF} = valor futuro dos fluxos de caixa positivos (ou entradas líquidas de caixa) acumulados à taxa de reinvestimento.

$\mathrm{COF_t}$ = fluxo de caixa negativo (saída líquida de caixa) no período *t;*

PV_{COF} = valor presente dos fluxos de caixa negativo (ou saídas líquidas de caixa) descontados pela taxa de financiamento.

i = taxa de juros / desconto

n = número de períodos do projeto.

Exemplo numérico 6.1 (taxa de reinvestimento = taxa de financiamento):

Suponha um projeto com o seguinte fluxo de caixa:

Ano	**Fluxo de Caixa (R$)**
0	-100.000
1	30.000
2	40.000
3	50.000
4	20.000

Considere uma taxa de financiamento (custo de capital) de 10% e uma taxa de reinvestimento de 10%.

Solução:

$$VF_{CIF} = 30.000 \times (1{,}1)^3 + 40.000 \times (1{,}1)^2 + 50.000 \times (1{,}1)^1 + 20.000$$

$$= 39.930 + 48.400 + 55.000 + 20.000 = 163.330$$

$$PV_{COF} = 100.000$$

$$MIRR = \left(\frac{163.330}{100.000}\right)^{\frac{1}{4}} - 1$$

$$= (1{,}6333)^{\frac{1}{4}} - 1$$

$$MIRR \approx 13{,}19\%$$

Exemplo numérico 6.2 (taxa de reinvestimento diferente da taxa de financiamento):

Agora, considere o mesmo fluxo de caixa do exemplo 6.1, mas com taxa de financiamento de 10% e taxa de reinvestimento de 8%.

Solução:

$$VF_{CIF} = 30.000 \times (1{,}08)^3 + 40.000 \times (1{,}08)^2 + 50.000 \times (1{,}08)^1 + 20.000 = 158.447$$

$$PV_{COF} = 100.000$$

$$MIRR = \left(\frac{158.447}{100.000}\right)^{\frac{1}{4}} - 1$$

$$= (1{,}5845)^{\frac{1}{4}} - 1$$

$$MIRR \ \approx 12{,}19\%$$

A Taxa Interna de Retorno Modificada (MIRR) aprimora a TIR tradicional ao corrigir duas de suas principais limitações: a suposição irrealista de que os fluxos de caixa positivos são reinvestidos à própria TIR e a possibilidade de múltiplas TIRs em projetos com fluxos de caixa não convencionais.

A MIRR permite definir uma taxa de reinvestimento mais realista e considera separadamente os fluxos de caixa positivos e negativos, proporcionando uma estimativa mais precisa da rentabilidade efetiva do projeto.

Assim, ela representa a taxa de retorno realista do investimento, considerando tanto o custo de financiamento dos fluxos negativos quanto a taxa de reinvestimento dos fluxos positivos.

O critério de decisão baseado na MIRR é simples: se a MIRR for maior que o custo de capital, o projeto deve ser aceito, pois indica que a rentabilidade supera o custo de oportunidade dos recursos investidos. Caso a MIRR seja inferior ao custo de capital, o projeto deve ser rejeitado, pois destruiria valor.

Por exemplo, se um projeto apresenta uma MIRR de 13,19% e o custo de capital da empresa é 10%, o investimento é viável. No entanto, se a MIRR for 12,25% e o custo de capital for 12,5%, o projeto não deve ser aceito. Dessa forma, a MIRR oferece uma avaliação mais confiável do que a TIR tradicional, evitando distorções na análise de viabilidade econômica dos investimentos.

7. Índice de Lucratividade (PI)

O **Índice de Lucratividade (Profitability Index - PI)** é uma ferramenta utilizada em finanças para avaliar a atratividade de um projeto de investimento. Ele ajuda a medir o valor presente dos fluxos de caixa futuros gerados por um investimento em relação ao custo inicial do investimento. O índice é especialmente útil para comparar projetos com orçamentos limitados.

A fórmula do **Índice de Lucratividade (PI)** é:

$$\mathrm{PI} = \frac{VPL_{CF_t}}{\mathrm{CF}_0} = \frac{\sum_{t=1}^{n} \frac{CF_t}{(1+i)^t}}{CF_0}$$

Onde:

VPL_{CF_t}= Valor Presente Líquido (VPL) dos fluxos de caixa futuros é o valor atual dos fluxos de caixa esperados, descontados pela taxa de desconto.

CF_0 = Investimento Inicial, o custo do projeto.

i = taxa de juros

n = prazo

O PI pode ser interpretado da seguinte forma:

- **PI > 1**: O projeto é considerado lucrativo, pois os fluxos de caixa futuros têm um valor presente maior do que o custo inicial.
- **PI = 1**: O projeto está no ponto de equilíbrio, ou seja, o valor presente dos fluxos de caixa é igual ao investimento inicial.
- **PI < 1**: O projeto não é lucrativo, pois os fluxos de caixa futuros não geram um valor suficiente para cobrir o investimento inicial.

O **Índice de Lucratividade** é particularmente útil quando se tem vários projetos para escolher, especialmente em situações em que o orçamento é limitado e apenas os projetos mais rentáveis devem ser selecionados.

<u>Exemplo numérico 7.1</u>

Considere um projeto com o seguinte fluxo de caixa e investimento inicial:

- Investimento Inicial: R$ 1.000.000,00
- Fluxos de Caixa Futuros:
    - Ano 1: R$ 400.000,00
    - Ano 2: R$ 400.000,00
    - Ano 3: R$ 400.000,00
- Taxa de Desconto: 10% ao ano

O Valor Presente Líquido (VPL) dos fluxos de caixa futuros pode ser calculado com a fórmula:

$$VPL = \frac{400.000}{(1+0{,}10)^1} + \frac{400.000}{(1+0{,}10)^2} + \frac{400.000}{(1+0{,}10)^3}$$

$$= \frac{400.000}{1{,}10} + \frac{400.000}{1{,}21} + \frac{400.000}{1{,}331} = 994.740{,}80$$

Agora, o Índice de Lucratividade (PI) é calculado como:

$$PI = \frac{\sum_{t=1}^{n} \frac{CF_t}{(1+i)^t}}{CF_0} = \frac{994.740{,}80}{1.000.000} = 0{,}9947$$

Neste exemplo, o Índice de Lucratividade (PI) é 0,9947, o que indica que o projeto não é lucrativo, pois o valor presente dos fluxos de caixa futuros não cobre o investimento inicial.

Referências

ASSAF NETO, A. Finanças corporativas e valor. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2005.

BRIGHAM, E. F.; HOUSTON, J. F. Fundamentos de administração financeira. Rio de Janeiro: Campus, 1999.

ROSS, S. A.; WESTERFIELD, R.; JAFFE, J. Administração financeira. São Paulo: Atlas, 1995.