



Qualis A3 ISSN: 2178-2008

ARTIGO

Revista Processus de Estudos de Gestão, Jurídicos e Financeiros



Rentabilidade dos títulos do tesouro: uma análise de séries temporais e janelas móveis

Treasury bond yields: an analysis of time series and moving windows

Recebido: 20/04/2024 | Aceito: 15/06/2024 | Publicado on-line: 20/06/2024

José Bonifácio de Araújo Júnior¹

<https://orcid.org/0000-0001-8096-5790>

<https://lattes.cnpq.br/9529180580062988>

UniProcessus – Centro Universitário Processus, DF, Brasil

E-mail: bonifacio@institutoprocessus.com.br

Luiz Augusto Pereira Tavares²

<https://orcid.org/0009-0004-1260-1361>

<https://lattes.cnpq.br/8014668006224418>

Ministério da Previdência Social, DF, Brasil

E-mail: luiz_ptavares@previdencia.gov.br



Resumo

Este trabalho busca identificar uma estratégia consistente de investimento em títulos do públicos, utilizando-se janelas móveis e tamanhos variados de janelas. Para isso, foram analisadas os retornos acumulados e relação risco x retorno de 46 títulos com data de vencimento posterior a 31/12/2026. Foram consideradas 10 tamanhos diferentes de janelas variando de 1 mês até 60 meses. Os resultados mostraram que, para aplicações de prazo mais curto, o Tesouro Selic é o papel com melhor retorno e menor risco. Para aplicações de médio prazo, o Tesouro Prefixado apresenta melhor desempenho em termos de retorno. Para aplicações de longo prazo, destacaram-se o Tesouro IPCA+ (com maior retorno acumulado) e o Tesouro IGPM+ com Juros Semestrais (maior índice sharpe). Neste sentido, investidores com maior tolerância ao risco e horizonte de investimento mais longo podem considerar o Tesouro IPCA+ ou Tesouro Prefixado, que oferecem potencial de retornos mais elevados, mas com maior volatilidade. Para previsão das rentabilidades futuras, utilizou-se modelos Arima. Os modelos arima foram capazes de capturar apenas a tendência, principalmente do Tesouro Selic 2029. Com relação ao Tesouro Prefixado 2029 e o Tesouro IPCA+ 2035, os modelos arima não demonstraram boa capacidade preditiva. Para pesquisas futuras, sugere-se uma análise de carteiras para balanceamento do risco e retorno e outros tipos de modelos de séries temporais para previsão das rentabilidades futuras.

Palavras-chave: Renda Fixa. Investimentos. Rentabilidade. Títulos do Tesouro.

¹ Doutor em Ciências Contábeis pela Universidade de Brasília (UnB), Mestre em Ciências Contábeis pela Universidade de Brasília (UnB), Bacharel em Ciências Contábeis pela Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL), Bacharel em Administração pela Universidade Federal da Paraíba (UFPB), Licenciado em Matemática pela Universidade Católica de Brasília (UCB).

² Graduado em INFRA-ESTRUTURA AERONÁUTICA ITA (Instituto Tecnológico de Aeronáutica). Pós-Graduado em Gestão Pública e Responsabilidade Fiscal pela Universidade Aberta do Brasil. Atualmente é Auditor Fiscal da Receita Federal do Brasil atuando na Coordenação Geral de Atuária e Investimentos do Departamento dos Regimes Próprios de Previdência Social (DRPPS) do Ministério da Previdência Social (MPS).

Abstract

This paper seeks to identify a consistent strategy for investing in government bonds using moving windows and varying window sizes. To this end, the cumulative returns and risk-return ratio of 46 bonds with maturity dates after 12/31/2026 were analyzed. Ten different window sizes ranging from 1 month to 60 months were considered. The results showed that, for shorter-term investments, the Tesouro Selic is the security with the best return and lowest risk. For medium-term investments, the Tesouro Prefixado presents the best performance in terms of return. For long-term investments, the Tesouro IPCA+ (with the highest cumulative return) and the Tesouro IGPM+ with Semiannual Interest (highest Sharpe index) stood out. In this sense, investors with greater risk tolerance and a longer investment horizon may consider the Tesouro IPCA+ or Tesouro Prefixado, which offer the potential for higher returns, but with greater volatility. To forecast future returns, Arima models were used. The Arima models were only able to capture the trend, mainly for the Tesouro Selic 2029. Regarding the Tesouro Prefixado 2029 and the Tesouro IPCA+ 2035, the Arima models did not demonstrate good predictive capacity. For future research, a portfolio analysis to balance risk and return and other types of time series models to predict future returns, are suggested.

Keywords: Fixed Income. Investments. Profitability. Treasury Bonds.

1. Introdução

Os títulos do governo são instrumentos financeiros emitidos por entidades governamentais para financiar suas operações e projetos. Estes títulos são considerados como investimentos de baixo risco, devido à capacidade do governo de arrecadar impostos e imprimir moeda.

Os títulos do Tesouro brasileiro, também conhecidos como títulos públicos federais, são instrumentos de dívida emitidos pelo governo federal para financiar suas atividades. A rentabilidade desses títulos é um tema de grande interesse para investidores, economistas e formuladores de políticas, pois reflete as condições econômicas do país e as expectativas do mercado.

A rentabilidade dos títulos do governo é um tema complexo, influenciado por uma variedade de fatores econômicos e financeiros. As teorias discutidas fornecem uma base para entender como as taxas são determinadas e como diferentes fatores interagem para influenciar os retornos. Compreender esses fundamentos teóricos é crucial para investidores, formuladores de políticas e pesquisadores que buscam analisar e prever os movimentos nos mercados de títulos governamentais.

Este trabalho busca identificar uma estratégia consistente de investimento em títulos públicos, utilizando-se janelas móveis e tamanhos variados de janelas. Busca-se, também, efetuar uma análise de séries temporais a fim de prever a rentabilidade futura de alguns desses títulos.

Esta análise pode ser útil para investidores e gestores de portfólio, possibilitando a escolha dos melhores títulos de acordo com os objetivos e maturidades desejadas.

2. Referencial teórico

A Teoria das Expectativas, proposta por Irving Fisher (1930), é fundamental para entender a rentabilidade dos títulos governamentais. Segundo esta teoria, as taxas de juros de longo prazo são determinadas pelas expectativas do mercado sobre as taxas de curto prazo futuras. Assim, a rentabilidade dos títulos de longo prazo seria uma média das taxas de curto prazo esperadas ao longo da vida do título.

John Maynard Keynes (1936) desenvolveu a Teoria da Preferência pela Liquidez, que sugere que os investidores preferem ativos mais líquidos e exigem um prêmio para manter títulos de longo prazo. Isso explica por que, geralmente, a curva de rendimentos é ascendente, com títulos de longo prazo oferecendo taxas mais altas.

A Teoria do Habitat Preferido, proposta por Franco Modigliani e Richard Sutch (1966), argumenta que diferentes investidores têm preferências por títulos com prazos específicos. Isso pode levar a diferenças nas taxas de retorno entre títulos de diferentes maturidades, mesmo quando as expectativas de taxas futuras são as mesmas.

A inflação é um dos principais fatores que afetam a rentabilidade dos títulos governamentais. De acordo com a Equação de Fisher (1930), a taxa de juros nominal é aproximadamente igual à taxa de juros real mais a taxa de inflação esperada. Portanto, expectativas de inflação mais altas geralmente levam a taxas de juros nominais mais altas para os títulos do governo.

As decisões de política monetária do banco central têm um impacto significativo nas taxas de juros de curto prazo, que por sua vez influenciam a rentabilidade dos títulos de longo prazo. Taylor (1993) propôs uma regra que relaciona as taxas de juros às condições econômicas, fornecendo uma estrutura para entender como a política monetária afeta as taxas de juros.

O risco soberano, ou a probabilidade de um governo não cumprir suas obrigações de dívida, também afeta a rentabilidade dos títulos. Reinhart e Rogoff (2009) demonstraram como o histórico de inadimplência de um país pode influenciar as taxas de juros de seus títulos.

3. Revisão da literatura

Lima e Issler (2003) analisaram a estrutura a termo da taxa de juros no Brasil, investigando sua relação com variáveis macroeconômicas. Os autores concluíram que a curva de juros brasileira contém informações relevantes sobre as expectativas futuras de inflação e atividade econômica.

Tabak e Andrade (2003) examinaram a hipótese das expectativas na estrutura a termo da taxa de juros brasileira. Seus resultados indicaram que a hipótese das expectativas não pode ser rejeitada para o mercado brasileiro, sugerindo que as taxas de longo prazo são boas previsoras das taxas de curto prazo futuras.

Mendonça e Pires (2006) investigaram o impacto da política fiscal sobre a estrutura a termo da taxa de juros no Brasil. Os autores encontraram evidências de que o aumento da dívida pública e do déficit fiscal tende a elevar as taxas de juros de longo prazo, afetando a rentabilidade dos títulos do Tesouro.

Stival (2012) analisou a rentabilidade dos títulos públicos negociados via Tesouro Direto entre 2002 e 2011. O estudo comparou o desempenho desses títulos com o CDI e a poupança, destacando como os fatores econômicos e as políticas monetárias influenciaram a rentabilidade ao longo do período. A pesquisa evidenciou a importância do Tesouro Direto como alternativa de investimento seguro, mas também apontou que a variação nos rendimentos dos títulos está intimamente ligada ao cenário econômico, incluindo taxas de juros e expectativas de inflação. A análise

forneceu *insights* sobre a rentabilidade dos títulos, contribuindo para a compreensão dos fatores que impactam os investidores no mercado de renda fixa brasileiro.

Pimentel et al. (2015) destacam os títulos públicos como uma alternativa de investimento segura, oferecendo ganhos reais e proteção contra a inflação. O estudo reforça a importância desses investimentos para os investidores que buscam estabilidade financeira, enfatizando as características dos principais títulos emitidos pelo Tesouro Nacional, como o Tesouro Direto. Os autores concluem que, embora haja variação nos retornos, esses títulos são uma estratégia eficaz, especialmente em um cenário econômico volátil no Brasil.

Braga (2019) investigou os preços e a volatilidade dos retornos dos títulos do Tesouro Direto, com foco em como essas variáveis se comportam frente a mudanças no cenário macroeconômico e nas decisões de política monetária. A pesquisa mostrou que os preços dos títulos variam significativamente em resposta a modificações nas taxas de juros e nas expectativas de inflação, refletindo a sensibilidade desses ativos às condições econômicas. Além disso, o estudo identificou padrões de volatilidade nos retornos dos títulos, discutindo como os investidores reagem a mudanças nas variáveis que afetam a estabilidade econômica e financeira.

O estudo de Marques Júnior (2021) investiga o desempenho dos títulos públicos no Tesouro Direto entre 2003 e 2020, considerando a influência de cenários macroeconômicos. O autor observa que a rentabilidade desses títulos está fortemente associada às variações econômicas e políticas, destacando a importância das taxas de juros e da inflação como variáveis-chave na determinação de seus rendimentos. A pesquisa também sugere que, em períodos de crise econômica e incertezas políticas, os títulos públicos tornam-se uma opção atrativa para os investidores, refletindo as expectativas de inflação e as políticas monetária e fiscal. O estudo ressalta que, embora o Tesouro Direto seja uma estratégia robusta, sua rentabilidade pode ser altamente sensível aos cenários econômicos.

4. Metodologia

Os dados utilizados nesse trabalho foram obtidos no portal de dados abertos da Secretaria do Tesouro Nacional (Taxas dos Títulos Ofertados pelo Tesouro Direto)³.

Tratam-se das cotações diárias dos títulos do tesouro com diferentes maturidades. As séries históricas compreendem a data de início das negociações até a data de extração dos dados (5/11/2024).

Foram considerados todos os títulos disponíveis para compra no período em que os dados foram analisados. De modo geral, os títulos disponíveis eram aqueles com data de vencimento posterior a 31/12/2026.

Os tipos de Títulos Analisados foram: Tesouro Educa+; Tesouro IGPM+ com Juros Semestrais; Tesouro IPCA+; Tesouro IPCA+ com Juros Semestrais; Tesouro Prefixado; Tesouro Prefixado com Juros Semestrais; Tesouro Renda+ Aposentadoria Extra; Tesouro Selic.

³ <https://www.tesourotransparente.gov.br/ckan/dataset/taxas-dos-titulos-ofertados-pelo-tesouro-direto>

Como mostra a tabela 1, os 46 títulos analisados têm datas de vencimento que variam de 2027 a 2084, oferecendo uma ampla gama de opções para diferentes horizontes de investimento.

Tabela 1 - Títulos Analisados

Nr.	Tipo Título	Data Vencimento
1	Tesouro Educa+	15/12/2030
2	Tesouro Educa+	15/12/2031
3	Tesouro Educa+	15/12/2032
4	Tesouro Educa+	15/12/2033
5	Tesouro Educa+	15/12/2034
6	Tesouro Educa+	15/12/2035
7	Tesouro Educa+	15/12/2036
8	Tesouro Educa+	15/12/2037
9	Tesouro Educa+	15/12/2038
10	Tesouro Educa+	15/12/2039
11	Tesouro Educa+	15/12/2040
12	Tesouro Educa+	15/12/2041
13	Tesouro Educa+	15/12/2042
14	Tesouro Educa+	15/12/2043
15	Tesouro Educa+	15/12/2044
16	Tesouro Educa+	15/12/2045
17	Tesouro Educa+	15/12/2046
18	Tesouro IGPM+ com Juros Semestrais	01/01/2031
19	Tesouro IPCA+	15/05/2029
20	Tesouro IPCA+	15/05/2035
21	Tesouro IPCA+	15/05/2045
22	Tesouro IPCA+ com Juros Semestrais	15/08/2030
23	Tesouro IPCA+ com Juros Semestrais	15/08/2032
24	Tesouro IPCA+ com Juros Semestrais	15/05/2035
25	Tesouro IPCA+ com Juros Semestrais	15/08/2040
26	Tesouro IPCA+ com Juros Semestrais	15/05/2045
27	Tesouro IPCA+ com Juros Semestrais	15/08/2050
28	Tesouro IPCA+ com Juros Semestrais	15/05/2055
29	Tesouro Prefixado	01/01/2027
30	Tesouro Prefixado	01/01/2029
31	Tesouro Prefixado	01/01/2031
32	Tesouro Prefixado com Juros Semestrais	01/01/2027
33	Tesouro Prefixado com Juros Semestrais	01/01/2029
34	Tesouro Prefixado com Juros Semestrais	01/01/2031
35	Tesouro Prefixado com Juros Semestrais	01/01/2033
36	Tesouro Prefixado com Juros Semestrais	01/01/2035

37	Tesouro Renda+ Aposentadoria Extra	15/12/2049
38	Tesouro Renda+ Aposentadoria Extra	15/12/2054
39	Tesouro Renda+ Aposentadoria Extra	15/12/2059
40	Tesouro Renda+ Aposentadoria Extra	15/12/2064
41	Tesouro Renda+ Aposentadoria Extra	15/12/2069
42	Tesouro Renda+ Aposentadoria Extra	15/12/2074
43	Tesouro Renda+ Aposentadoria Extra	15/12/2079
44	Tesouro Renda+ Aposentadoria Extra	15/12/2084
45	Tesouro Selic	01/03/2027
46	Tesouro Selic	01/03/2029

FONTE: Elaborado pelos autores

A primeira parte do estudo consistiu em se calcular a rentabilidade acumulada (diferença percentual) entre o preço de venda (resgate) do título em uma data futura (de acordo com o tamanho da janela) e o preço de compra em todas as datas t disponíveis na amostra, como mostra a equação 1.

$$R_{t+j} = \frac{PV_{t+j}}{PC_t} - 1 \quad (1)$$

Onde:

R_{t+j} = retorno acumulado do título no período da janela j ;

PV_{t+j} = preço de venda (resgate) do título no último período da janela j ;

PC_t = preço de compra do título no período t ;

A equação 1 foi usada para calcular o retorno acumulado do papel para cada data t de cada janela j , totalizando assim 460 possibilidades, uma vez que foram testadas 10 janelas diferentes, definidas em número de meses, como múltiplos de 21 dias úteis, como mostra a tabela 2.

Tabela 2 - Janelas consideradas

Janela (meses)	Nr. Dias Úteis
1	21
3	63
6	126
9	189
12	252
24	504
36	756
48	1.008
60	1.260

FONTE: Elaborado pelos autores

Estatísticas descritivas foram calculadas para cada janela, de cada título avaliado. Calculou-se também o índice Sharpe como a relação entre risco e retorno (média / desvio-padrão).

Para viabilizar os cálculos efetuados nesse trabalho, foi utilizada a linguagem de programação Python, por meio da qual foi possível montar um algoritmo para automatização do processo de janelas móveis de aplicação.

Foram geradas assim, duas tabelas de resultados: uma com os títulos de maior retorno acumulado médio de cada janela analisada e outra com os papéis de maior índice sharpe, de cada janela analisada.

Na segunda parte do estudo buscou-se efetuar uma análise de séries temporais com os 3 títulos com melhor desempenho em termos de retorno acumulado médio, para fins de previsão de suas rentabilidades futuras.

Inicialmente buscou-se checar a estacionariedade das séries analisadas, para se evitar que se obtenham regressões espúrias.

Uma forma de avaliar essa questão é por meio da função de autocorrelação (ACF) ou correlograma da série temporal. O ACF mede a correlação entre um período da série e seus valores defasados no tempo.

Quando a série é estacionária, os valores do ACF despencam rapidamente, indicando que existe pouca correlação entre os valores atuais e as suas diferentes defasagens no tempo.

Segundo Brooks (2019), o ACF pode ser obtido por meio da solução de um conjunto de equações simultâneas conhecidas como equações de Yule-Walker, as quais expressam o correlograma (τ) como uma função de coeficientes autoregressivos (ϕ), como mostra a equação 2:

$$\begin{aligned}
 \tau_1 &= \phi_1 + \tau_1\phi_2 + \dots + \tau_{p-1}\phi_p \\
 \tau_2 &= \tau_1\phi_1 + \phi_2 + \dots + \tau_{p-2}\phi_p \\
 &\vdots \\
 \tau_p &= \tau_{p-1}\phi_1 + \tau_{p-2}\phi_2 + \dots + \phi_p
 \end{aligned} \tag{2}$$

Se o modelo autoregressivo for estacionário a função de autocorrelação decresce geometricamente até zero (BROOKS, 2019).

Para examinar com maior robustez essa questão da estacionariedade, foi conduzido também o teste de raízes unitárias *Augmented Dickey-Fuller* (ADF) proposto por Dickey & Fuller (1979).

Segundo Brooks (2019), a ideia básica do ADF é testar, conforme a equação 3, a hipótese nula de que $\psi=0$, contra a hipótese alternativa de que $\psi < 0$.

$$\Delta y_t = \psi y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \alpha_i \Delta y_{t-i} + u_t \tag{3}$$

Assim, a hipótese nula desse teste é a de que existe uma raiz unitária na série e, portanto, a mesma é não estacionária. A hipótese alternativa é a de que a série é estacionária.

Neste trabalho, utilizou-se a função *adfuller* do pacote *statsmodels.tsa.stattools* do python, para realização dos testes ADF.

O próximo passo consistiu em se estimar de modelos autorregressivos de para que se obtenham projeções de rentabilidade dos títulos escolhidos.

Segundo Brooks (2019), um modelo auto-regressivo é aquele em que o valor da variável Y depende apenas dos seus próprios valores defasados, mais um termo de erro (ruído branco u_t) como mostra a equação 2:

$$y_t = \mu + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_{p-1} y_{t-(p-1)} + \phi_p y_{t-p} + u_t \quad (2)$$

Um processo ARMA(p,q), segundo Brooks (2019), é aquele que combina processos auto-regressivos - AR (p) com processos de médias móveis - MA (a) como mostra a equação 3.

$$y_t = \mu + \phi_1 y_{t-1} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \theta_1 u_{t-1} + \dots + \theta_q u_{t-q} + u_t \quad (3)$$

Segundo Gujarati (2006), os modelos ARMA assumem que as séries são estacionárias. Quando for necessário diferenciar a série para torná-la estacionária para aplicação do modelo ARMA (p,q), este se torna um modelo ARIMA (p,d,q), isto é, um *modelo auto-regressivo integrado e de médias móveis*, onde d é o número de diferenciações necessárias para tornar a série estacionária.

Para estimação dos modelos ARIMA, utilizou-se a função *ARIMA* do pacote *statsmodels.tsa.arima.model* do python.

Foram estimados **147 possibilidades de** modelos ARIMA, com componente autoregressivo (p) variando de 1 até 21 e componente de média móvel (q) variando de 1 a 7.

Nestas estimações, 70% (**train**) da amostra foi usada para estimar os modelos e os 30% (**test**) restantes para testar a capacidade preditiva dos mesmos.

Para se testar a capacidade preditiva dos modelos ARIMA estimados, foi utilizado, neste trabalho, a raiz quadrática média dos erros de previsão (*Root Mean Squared Error - RMSE*), uma medida comum para avaliar a precisão de modelos de previsão.

Essa medida é calculada conforme a equação 4:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (4)$$

Onde:

n = número de observações,

y_i = valor real/observado,

\hat{y}_i = valor previsto.

Foram calculados os erros de previsão (*ex-post*) de cada um dos modelos estimados, conforme a equação 4.

Por fim, foram efetuadas projeções *ex-ante* de preços e rentabilidade acumulada para os 3 títulos escolhidos.

5. Resultados

A tabela 3 mostra os papéis com maior retorno acumulado médio para as 10 janelas analisadas.

O **Tesouro Selic 2029** obteve o maior retorno médio para as janelas de 1 e 3 meses. Para a janela de 1 mês, este papel apresentou um retorno acumulado médio de 0,88% para os 435 períodos t dentro dessa janela de aplicação. O retorno acumulado variou de 0,71% (na pior janela) até 1,20% (na melhor janela), com desvio-padrão de 0,11%, indicando um grau relativamente baixo de variabilidade.

O **Tesouro Prefixado 2029** foi o papel com melhor desempenho para as janelas de 6, 9, 12 e 24 meses. Para a janela de 12 meses, este papel apresentou um retorno acumulado médio de 15,51% para os 424 períodos t dentro dessa janela de aplicação. O retorno acumulado variou de -0,78% (na pior janela) até 32,37% (na melhor janela), com desvio-padrão de 8,79%, indicando um alto grau de variabilidade se comparado com o Tesouro Selic.

Para as janelas de 36, 48 e 60 meses, o **Tesouro IPCA+ 2035** foi que o apresentou o maior retorno acumulado médio. Para a janela de 60 meses, este papel apresentou um retorno acumulado médio de 85,07%, com retornos variando de 12,17% (na pior janela) até 206,16% (na melhor janela), com desvio-padrão de 45,55%, indicando um grau de variabilidade extremamente elevado se comparado com os demais papéis.

Tabela 3 - Papéis com Maior Retorno Acumulado Médio

Título	Vencimento	Início das negociações	Janela (meses)	N	min	Média (%)	max	Desv. Pad.	sharpe
Tesouro Selic	01/03/2029	09/01/2023	1	435	0,71	0,88	1,20	0,11	8,27
Tesouro Selic	01/03/2029	09/01/2023	3	393	2,43	2,86	3,52	0,30	9,39
Tesouro Prefixado	01/01/2029	21/02/2022	6	550	-4,46	5,95	21,79	6,66	0,89
Tesouro Prefixado	01/01/2029	21/02/2022	9	487	-4,01	9,94	25,18	7,73	1,29
Tesouro Prefixado	01/01/2029	21/02/2022	12	424	-0,78	15,51	32,37	8,79	1,77
Tesouro Prefixado	01/01/2029	21/02/2022	24	172	19,11	28,33	36,66	4,70	6,03
Tesouro IPCA+	15/05/2035	08/03/2010	36	2.902	-32,08	40,09	129,51	33,90	1,18
Tesouro IPCA+	15/05/2035	08/03/2010	48	2.650	5,09	59,59	207,56	41,07	1,45
Tesouro IPCA+	15/05/2035	08/03/2010	60	2.398	12,17	85,07	206,16	45,55	1,87

FONTE: Elaborado pelos autores

A tabela 4 mostra os papéis com melhor relação risco x retorno (maior sharpe) para as 10 janelas analisadas.

Tabela 4 - Papéis com Melhor Relação Risco x Retorno (Maior Sharpe)

Título	Vencimento	Início das negociações	Janela (meses)	N	min	Média (%)	max	Desv. Pad	sharpe
Tesouro Selic	01/03/2029	09/01/2023	1	435	0,71	0,88	1,20	0,11	8,27
Tesouro Selic	01/03/2029	09/01/2023	3	393	2,43	2,86	3,52	0,30	9,39
Tesouro Selic	01/03/2029	09/01/2023	6	330	5,11	5,92	6,76	0,57	10,33
Tesouro Selic	01/03/2029	09/01/2023	9	267	7,99	9,05	10,15	0,71	12,84
Tesouro Selic	01/03/2029	09/01/2023	12	204	11,18	12,29	13,35	0,73	16,94
Tesouro Selic	01/03/2027	08/02/2021	24	430	20,53	26,54	28,54	2,14	12,38
Tesouro Selic	01/03/2027	08/02/2021	36	178	36,54	39,89	42,22	1,61	24,77
Tesouro IGPM+ com Juros Semestrais	01/01/2031	31/12/2004	48	3.946	-5,33	33,12	94,51	18,68	1,77
Tesouro IGPM+ com Juros Semestrais	01/01/2031	31/12/2004	60	3.694	-1,73	43,03	92,06	20,21	2,13

FONTE: Elaborado pelos autores

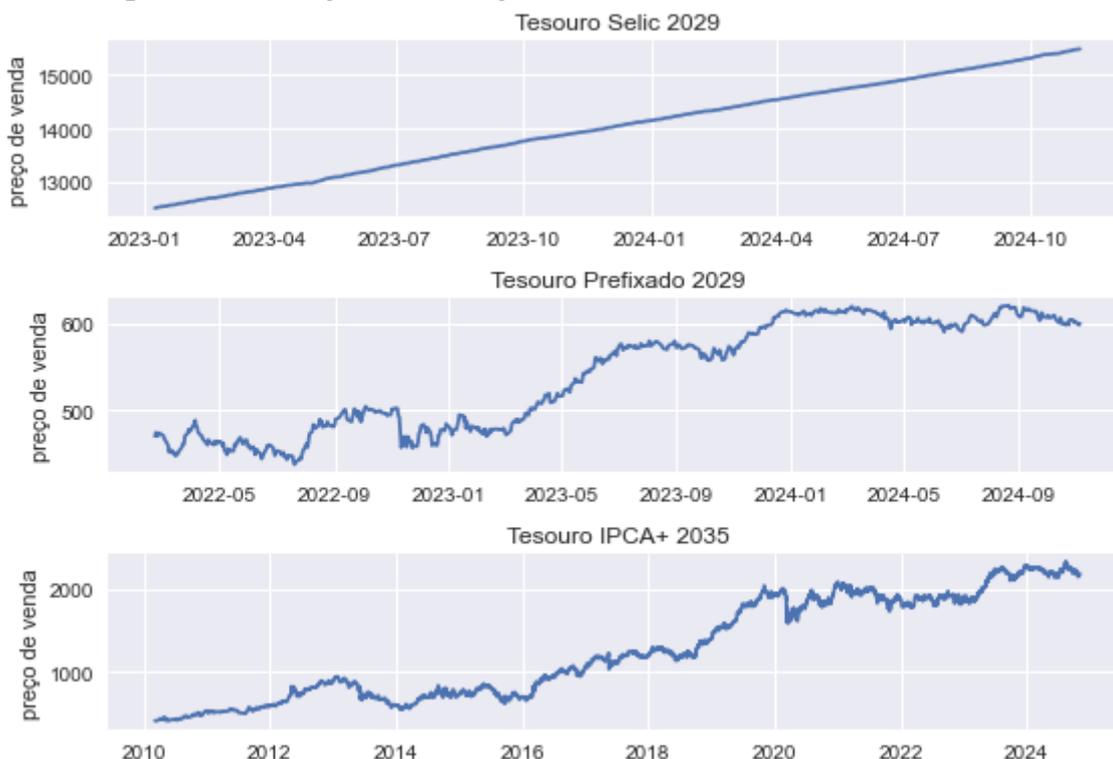
No que se refere à relação risco x retorno, o **Tesouro Selic 2029 e 2027** foram os que mais se destacaram, apresentando o maior índice sharpe para quase todas as janelas, com exceção de 48 e 60 meses, em que o **Tesouro IGPM+ com Juros Semestrais 2031** foi o que se destacou.

Para investidores com perfil mais conservador, o Tesouro Selic parece ser a opção mais adequada, oferecendo boa rentabilidade com menor risco.

Para efetuar a análise de séries temporais para fins de previsão de rentabilidade futura, foram escolhidos os papéis com melhor desempenho em termos de retorno acumulado médio, ou seja, Tesouro Selic 2029, Tesouro Prefixado 2029 e Tesouro IPCA+ 2035.

A figura 1 mostra a evolução dos preços de venda desses 3 papéis no tempo. A análise dessa figura mostra que o Tesouro Selic praticamente não possui volatilidade se comparado ao Tesouro Prefixado e ao Tesouro IPCA+.

Figura 1 - Evolução dos Preços de Vendas dos Títulos Escolhidos



FONTE: Elaborado pelos autores

A estabilidade acompanha o gráfico do Tesouro Selic 2029 que mostra uma linha praticamente reta, indicando uma valorização constante e previsível. Isso confirma sua característica de baixa volatilidade. O crescimento contínuo no preço de venda aumenta de forma consistente ao longo do tempo, refletindo os juros acumulados sobre o valor investido.

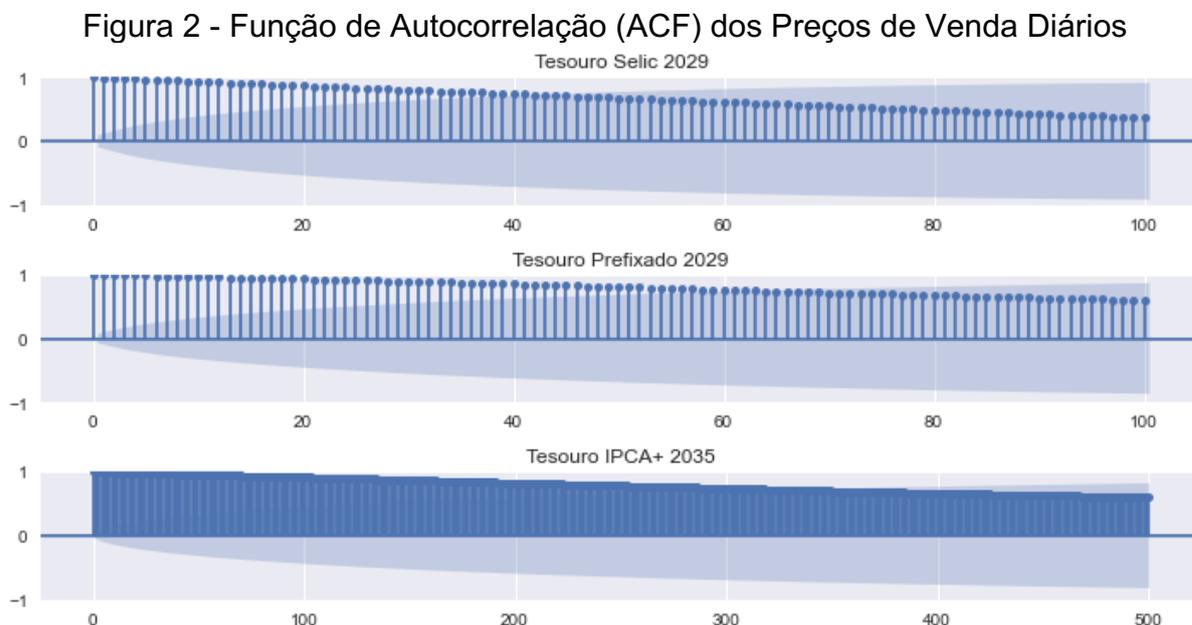
Para o Tesouro Prefixado 2029, a volatilidade está presente no gráfico revelada por flutuações consideráveis no preço, com altos e baixos ao longo do tempo. Isso é típico dos títulos prefixados, que são mais sensíveis a expectativas de mudança nas taxas de juros e nas condições econômicas. Há tendência de alta acompanhada por uma correção. Observa-se um período de valorização até meados de 2024, seguido por uma leve correção, o que pode indicar mudanças nas expectativas de juros ou condições econômicas.

No caso do Tesouro IPCA+ 2035, a proteção contra a Inflação é objetivo dessa aplicação. O gráfico mostra uma tendência de alta ao longo dos anos, refletindo sua característica de oferecer retorno acima da inflação. Há uma volatilidade moderada, embora haja flutuações, o crescimento geral sugere que o título tem atraído investidores que buscam proteção contra a inflação, apesar da volatilidade inerente. Essa aplicação sofre impacto de condições econômicas, o que justificam as oscilações que podem ser atribuídas às mudanças nas expectativas de inflação e nas taxas de juros reais.

Cada título possui características e riscos distintos que podem ser balanceados conforme o perfil do investidor. As mudanças nas políticas monetária e econômica afetam diretamente o desempenho dos títulos, especialmente os prefixados e atrelados à inflação. É essencial estar atento a essas mudanças para tomar decisões informadas. Essas observações ajudam a entender como diferentes fatores

econômicos impactam cada tipo de título e podem orientar estratégias de investimento.

A figura 2 mostra os valores das autocorrelações (ACF) para os preços de venda diários dos 3 papéis analisados, para até 100 defasagens (Lags).



FONTE: Elaborado pelos autores

Existe evidência de não estacionariedade nestas séries tendo em vista que os valores das autocorrelações são persistentes para diferentes defasagens. No caso do Tesouro IPCA+ 2035, existe autocorrelação significativa até acima de 400 defasagens.

Para confirmar a existência de raízes unitárias foram conduzidos os testes ADF em nível e em primeira diferença, cujos resultados são apresentados na tabela 5.

Tabela 5 - Resultados do teste ADF em Nível e em Primeira Diferença

Títulos	Em Nível		Em Primeira Diferença	
	ADF	P-Valor	ADF	P-Valor
Tesouro Selic 2029	-0,8977	0,9564	-5,4169	0,0000
Tesouro Prefixado 2029	-1,9429	0,6322	-26,4019	0,0000
Tesouro IPCA+ 2035	-2,2838	0,4429	-73,5137	0,0000

FONTE: Elaborado pelos autores

Como mostra a tabela 5, para todas as séries analisadas, não foi possível rejeitar a hipótese de raiz unitária em nível. Esses resultados confirmam as evidências trazidas pela função de autocorrelação de que as séries, em nível, são não-estacionárias.

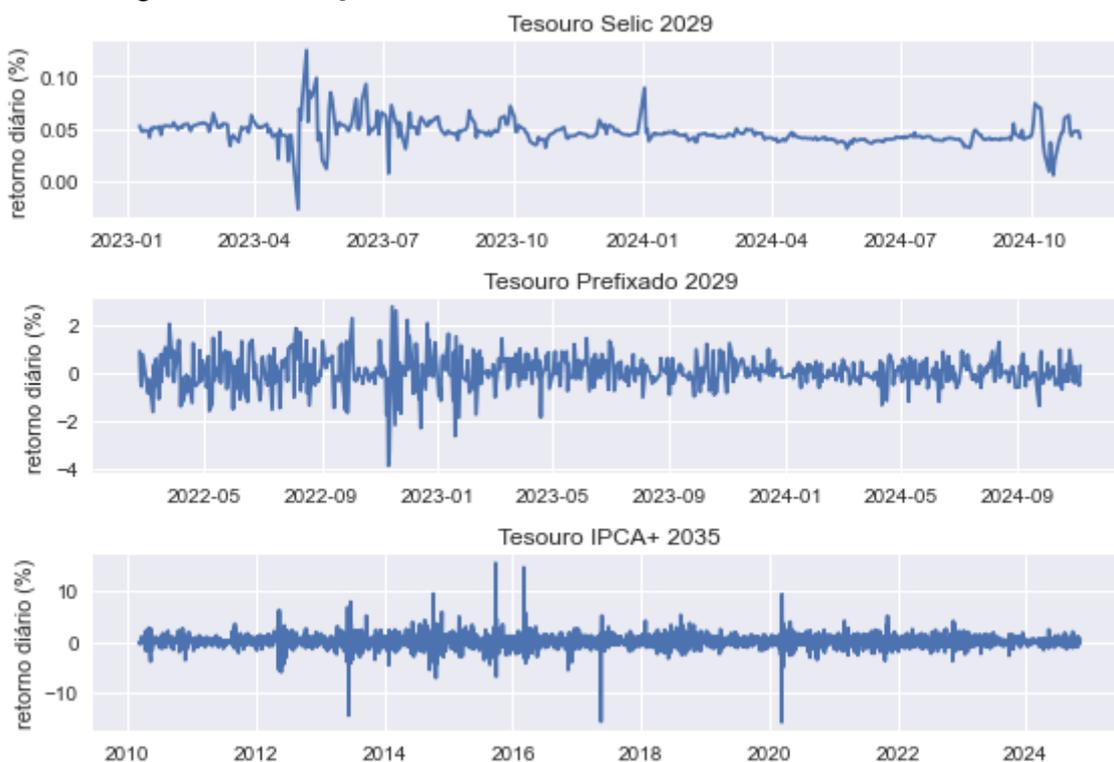
Quando isso ocorre, é necessário aplicar transformações na série original a fim de torná-la estacionária. Um caminho possível é se aplicar primeira diferença (Δ) na série original.

Os resultados do teste ADF, em primeira diferença, mostram que a hipótese nula foi rejeitada para todas as séries, ou seja, há evidências de que as séries são estacionárias em primeira diferença.

A Figura 3 apresenta a evolução dos retornos (variação percentual) diários dos 3 títulos escolhidos. Observa-se um padrão mais estacionário nessas séries de retornos, com um padrão mais parecido com um ruído branco.

A tabela 6 mostra os valores dos RMSE (raiz quadrática média dos erros de previsão), dos 5 melhores modelos ARIMA estimados para o Tesouro Selic 2029, isto é, dos modelos com menor erros de previsão. Todos os modelos foram estimados em sua forma estacionária, ou seja, em primeira diferença.

Figura 3 - Evolução dos Retornos Diários dos Títulos Escolhidos



FONTE: Elaborado pelos autores

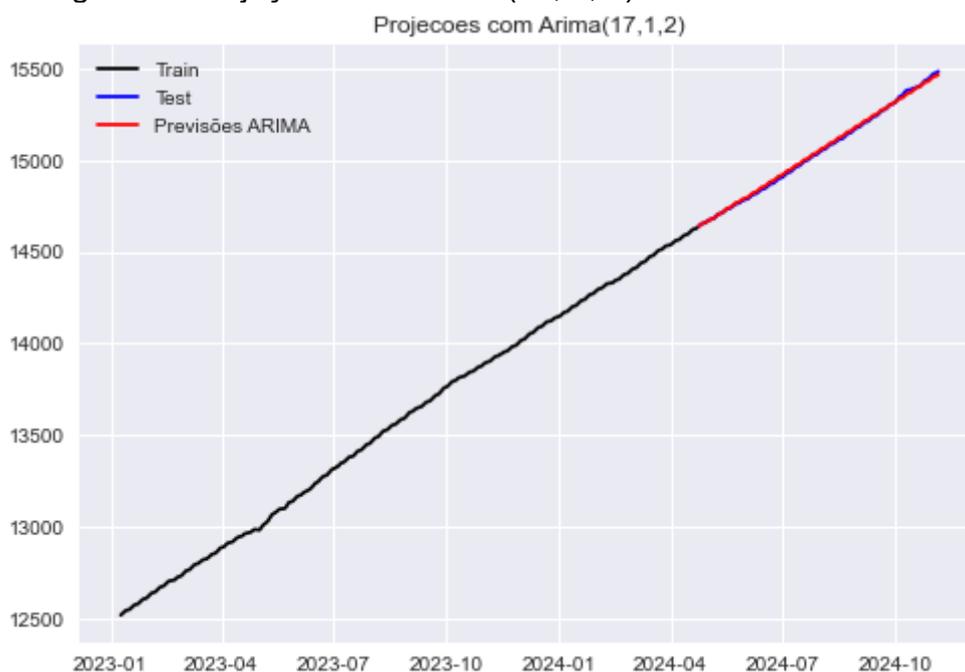
Tabela 6 - RMSE dos melhores modelos ARIMA - Tesouro Selic 2029

Modelo	RMSE
Arima(17,1,2)	9,0612
Arima(18,1,2)	9,1226
Arima(16,1,2)	9,1364
Arima(18,1,3)	9,5838
Arima(17,1,3)	9,6583

FONTE: Elaborado pelos autores

Como mostra a tabela 6, o modelo com melhor capacidade preditiva para o Tesouro Selic 2029 foi um Arima(17,1,2) com RMSE de 9,06, aproximadamente. Na figura 5 são apresentadas as projeções *ex-post* para esse modelo.

Figura 5 - Projeções com Arima (17, 1, 2) - Tesouro Selic 2029



FONTE: Elaborado pelos autores

Como mostra figura 5, as projeções com modelo Arima(17,1,2) para o Tesouro Selic 2029 foram muito próximas dos valores reais observados, resultando em um erro de previsão muito baixo, de modo que a linha vermelha (previsão arima) praticamente se sobrepõe à linha azul (*test = dado observado*).

A tabela 7 mostra os valores dos RMSE (raiz quadrática média dos erros de previsão), dos 5 melhores modelos ARIMA estimados para o Tesouro Prefixado 2029, isto é, dos modelos com menor erros de previsão. Todos os modelos foram estimados em sua forma estacionária, ou seja, em primeira diferença.

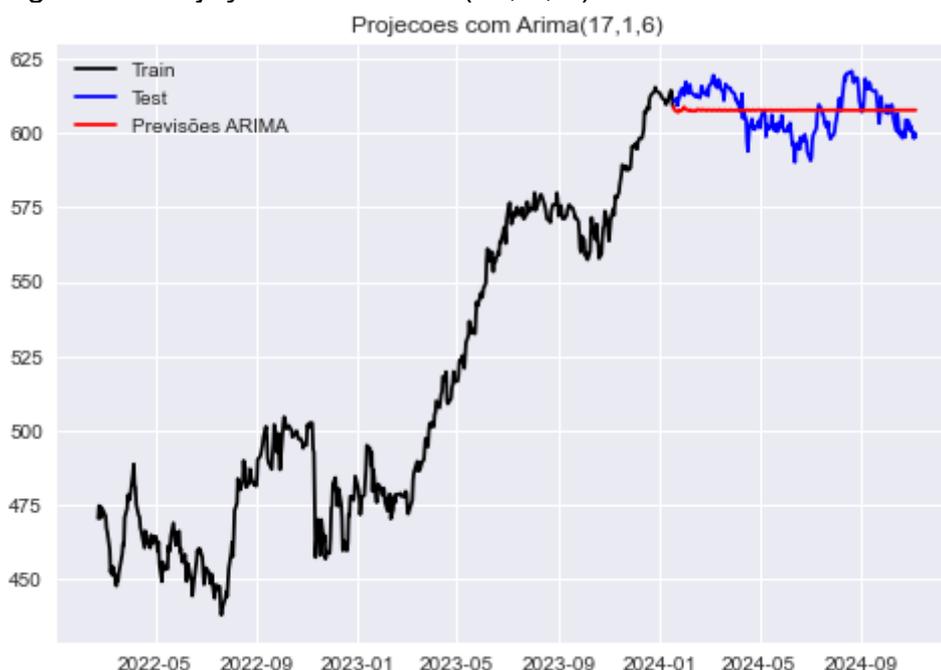
Tabela 7 - RMSE dos melhores modelos ARIMA - Tesouro Prefixado 2029

Modelo	RMSE
Arima(17,1,6)	7,3229
Arima(16,1,5)	7,3432
Arima(14,1,7)	7,3462
Arima(13,1,4)	7,3919
Arima(11,1,4)	7,3998

FONTE: Elaborado pelos autores

Como mostra a tabela 7, o modelo com melhor capacidade preditiva para o Tesouro Prefixado 2029 foi um Arima (17,1,6) com RMSE de 7,3, aproximadamente. Na figura 6 são apresentadas as projeções *ex-post* para esse modelo.

Figura 6 - Projeções com Arima (17, 1, 6) - Tesouro Prefixado 2029



FONTE: Elaborado pelos autores

Como mostra figura 6, as projeções com modelo Arima(17,1,6) para o Tesouro Prefixado 2029 parece não ter capturado muito bem a volatilidade desse título. Embora o erro de previsão possa ser considerado baixo, a linha vermelha (previsão arima) não segue as variações da linha azul (*test=dado observado*), apenas a tendência foi capturada pelo modelo econométrico.

Por fim, a tabela 8 mostra os valores dos RMSE (raiz quadrática média dos erros de previsão), dos 5 melhores modelos ARIMA estimados para o Tesouro IPCA+ 2035, isto é, dos modelos com menor erros de previsão. Todos os modelos foram estimados em sua forma estacionária, ou seja, em primeira diferença.

Tabela 8 - RMSE dos melhores modelos ARIMA - Tesouro IPCA+ 2035

Modelo	RMSE
Arima(3,1,7)	185,3660
Arima(9,1,7)	236,0432
Arima(3,1,6)	254,5366
Arima(3,1,5)	254,9453
Arima(13,1,7)	263,9546

FONTE: Elaborado pelos autores

Como mostra a tabela 8, o modelo com melhor capacidade preditiva para o Tesouro IPCA+ 2035 foi um Arima (3,1,7) com RMSE de 185,4, aproximadamente. Na figura 7 são apresentadas as projeções *ex-post* para esse modelo.

Figura 7 - Projeções com Arima (3, 1, 7) - Tesouro IPCA+ 2035



FONTE: Elaborado pelos autores

Como mostra figura 6, as projeções com modelo Arima(3,1,7) para o Tesouro IPCA+ 2029 parece não ter capturado muito bem a volatilidade desse título, mas apenas um pouco da tendência.

Uma vez selecionado o melhor modelo de previsão para cada série, efetuou-se uma projeção *ex-ante* dos preços e retornos acumulados futuros para os 3 títulos escolhidos, conforme mostra a Figura 9.

Tabela 9- Projeções ex-ante com ARIMA

Janela (meses)	Data Futura	Tesouro Selic 2029		Tesouro Prefixado 2029		Tesouro IPCA+ 2035	
		Preço	Rentabilidade e Acumulada	Preço	Rentabilidade e Acumulada	Preço	Rentabilidade e Acumulada
1	26/11/2024	15.634,26	0,93%	599,85	0,17%	2.187,45	0,05%
3	07/01/2025	15.926,69	2,82%	599,20	0,06%	2.187,08	0,04%
6	11/03/2025	16.363,38	5,64%	599,48	0,11%	2.187,64	0,06%
9	13/05/2025	16.798,68	8,45%	599,62	0,13%	2.188,02	0,08%
12	15/07/2025	17.232,53	11,25%	599,69	0,14%	2.187,95	0,08%
24	24/03/2026	18.953,80	22,36%	599,73	0,15%	2.187,87	0,07%
36	01/12/2026	20.652,69	33,33%	599,72	0,15%	2.187,86	0,07%
48	10/08/2027	22.329,51	44,16%	599,72	0,15%	2.187,86	0,07%
60	18/04/2028	23.984,54	54,84%	599,72	0,15%	2.187,86	0,07%

FONTE: Elaborado pelos autores

As projeções *ex-ante* para o Tesouro Prefixado 2029 e Tesouro IPCA+ 2035 apontam para uma estagnação dos preços, uma vez que o modelo econométrico não foi capaz de prever com robustez os preços futuros.

6. Considerações finais

Neste trabalho, buscou-se analisar a rentabilidade dos títulos do tesouro em uma abordagem de janelas móveis e com janelas de tamanho variado a fim de identificar os papéis com melhor desempenho em termos de retorno acumulado e risco.

Os resultados mostram que para aplicações de prazo mais curto, o Tesouro Selic é o papel com melhor retorno e menor risco. Para aplicações de médio prazo, o Tesouro Prefixado apresenta melhor desempenho em termos de retorno.

Para aplicações de longo prazo, destacaram-se o Tesouro IPCA+ (com maior retorno acumulado) e o Tesouro IGPM+ com Juros Semestrais (maior índice sharpe).

Neste sentido, investidores com maior tolerância ao risco e horizonte de investimento mais longo podem considerar o Tesouro IPCA+ ou Tesouro Prefixado, que oferecem potencial de retornos mais elevados, mas com maior volatilidade.

Os modelos arima foram capazes de capturar apenas a tendência, principalmente do Tesouro Selic 2029. Com relação ao Tesouro Prefixado 2029 e o Tesouro IPCA+ 2035, os modelos arima não demonstraram boa capacidade preditiva.

Para pesquisas futuras, sugere-se uma análise de portfólios, por meio de diversificação com diferentes tipos de títulos como uma estratégia para balancear risco e retorno.

Sugere-se também a utilização de outros modelos de séries temporais tais como modelos Arima com sazonalidade, modelos de volatilidade GARCH e modelos de aprendizagem de máquina (*machine learning*).

Referências

BRAGA, C. L. H. Z. F. **Um ensaio sobre preços e volatilidade dos retornos de títulos do Tesouro Direto**. 2019. Monografia apresentada para a obtenção do título de Bacharel em Estatística. Disponível em: <https://bdm.unb.br/bitstream/10483/30121/1/2019_CarlosLeonardoFeijoBraga_tcc.pdf>. Acesso em: 21 nov. 2024.

BROOKS, C. **Introductory Econometrics for Finance**. 4. ed. United Kingdom: Cambridge, 2019.

CHAI, T.; DRAXLER, R. R. Root mean square error (RMSE) or mean absolute error (MAE)? – Arguments against avoiding RMSE in the literature. **Geoscientific Model Development**, v. 7, n. 3, p. 1247–1250, 2014.

PIMENTEL, Bárbara Costa; LOPES, Paloma de Lavor; ARAÚJO, Filipe Otavio Braga; OLIVEIRA, Louise Antunes de. TÍTULOS PÚBLICOS: Uma alternativa de investimento com ganhos reais e seguro. **Revista SEGET**, [S.l.], v. 15, p. 1-10, 2015. Disponível em: <https://www.aedb.br/seget/arquivos/artigos15/28822325.pdf>. Acesso em: 21 nov. 2024

FISHER, I. **The Theory of Interest**. New York: Macmillan, 1930.

GUJARATI, D. N. **Econometria básica**. 4. ed. São Paulo: Pearson, 2006.

KEYNES, J. M. **The General Theory of Employment, Interest and Money**. London: Macmillan, 1936.

LIMA, A. M.; ISSLER, J. V. A hipótese das expectativas na estrutura a termo de juros no Brasil: uma aplicação de modelos de valor presente. **FGV EPGE Economics Working Papers**, v. 480, 2003.

MARQUES JÚNIOR, F. M. de M. **Tesouro direto e cenários macroeconômicos: uma análise do desempenho dos títulos públicos no período de 2003 a 2020**. 2021. 106 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Econômicas) - Instituto Federal da Paraíba, João Pessoa, 2021. Disponível em: <<https://repositorio.ifpb.edu.br/handle/177683/2722>>. Acesso em: 21 nov. 2024.

MENDONÇA, H. F.; PIRES, M. C. C. Liberalização da conta de capitais e inflação: a experiência brasileira no período pós-real. **Estudos Econômicos**, v. 36, n. 1, p. 149-179, 2006.

MODIGLIANI, F.; SUTCH, R. Innovations in Interest Rate Policy. **The American Economic Review**, v. 56, n. 1/2, p. 178-197, 1966.

REINHART, C. M.; ROGOFF, K. S. This Time Is Different: Eight Centuries of Financial Folly. **Princeton University Press**, 2009.



STIVAL, Lurdes Berton. **Estudo da rentabilidade dos títulos públicos negociados via Tesouro Direto no período de 2002 a 2011.** 2012. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Ciências Econômicas) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2012. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/160437>>. Acesso em: 21 nov. 2024.

TABAK, B. M.; ANDRADE, S. C. de. Testes da Hipótese de Expectativas na Estrutura a Termo das Taxas de Juros Brasileiras. **Revista Brasileira de Finanças**, São Paulo, v. 1, n. 1, p. 19-43, 2003.

TAYLOR, J. B. Discretion versus policy rules in practice. **Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy**, v. 39, p. 195-214, 1993.